

XX Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica
 IX Simpósio Brasileiro de Mecânica das Rochas
 IX Simpósio Brasileiro de Engenheiros Geotécnicos Jovens
 VI Conferência Sul Americana de Engenheiros Geotécnicos Jovens
 15 a 18 de Setembro de 2020 – Campinas - SP



Dimensionamento empírico de pilares na Mina Lamego - Sabará/MG

David Ribeiro Lima

Especialista em geotecnia, AngloGold Ashanti Brasil, Sabará, Brasil, drlima@anglogoldashanti.com.br

RESUMO: O trabalho consistiu da aplicação da metodologia empírica de dimensionamento de pilares de Lunder & Pakalnis (1997) na Mina Lamego. Foi proposta a determinação do confinamento pelo diagrama de Círculo de Mohr. Foi necessário fazer algumas considerações sobre o efeito do tamanho dos pilares na resistência e as tensões induzidas foram calculadas pela teoria da área tributária. O fator de segurança obtido foi representativo do comportamento dos pilares após a lavra, porém, há discrepâncias quando comparado aos pilares dos bancos de dados utilizados no desenvolvimento de diversos métodos empíricos, incluindo o de Lunder & Pakalnis (1997). As discrepâncias podem ser irrelevantes com o aumento do banco de dados da Mina Lamego, mas são necessárias investigações adicionais da tensão induzida e do confinamento.

PALAVRAS-CHAVE: Pilares, Métodos Empíricos, Fator de Segurança, Teoria da Área Tributária, Confinamento.

1 Introdução

A Mina Lamego possui geometria complexa, cuja interpretação ao longo do tempo promoveu variações no método de lavra utilizado. O início da operação ocorreu com corte & aterro praticado em veios estreitos. O aporte de informações geológicas no curto prazo indicou que as espessuras envolvidas na lavra eram maiores e foi necessário realizar o contorno de pilares no interior dos realces para promover a exposição total do minério. O incremento de sondagem suportou a implementação de lavra com perfuração longa, criando a necessidade de pilares entre os realces (*ribpillars*) para diminuir o vão das aberturas.

As mudanças ocorreram em sua maioria no curto prazo, tornando escasso o tempo para revisão geotécnica do projeto de lavra. Surgiu a necessidade de uma metodologia de dimensionamento de pilares que fosse capaz de atender aos prazos impostos pela viabilidade do negócio. Os métodos empíricos mostraram-se ideais devido seu amplo acesso, fácil estimativa dos parâmetros de entrada, velocidade de resposta e elevada eficácia da retroanálise.

Lunder & Pakalnis (1997) apresentaram uma metodologia mais representativa da resistência dos pilares com geometrias irregulares, sendo ideal para o dimensionamento de pilares na Mina Lamego. A metodologia, considerações e resultados são apresentados nesse trabalho.

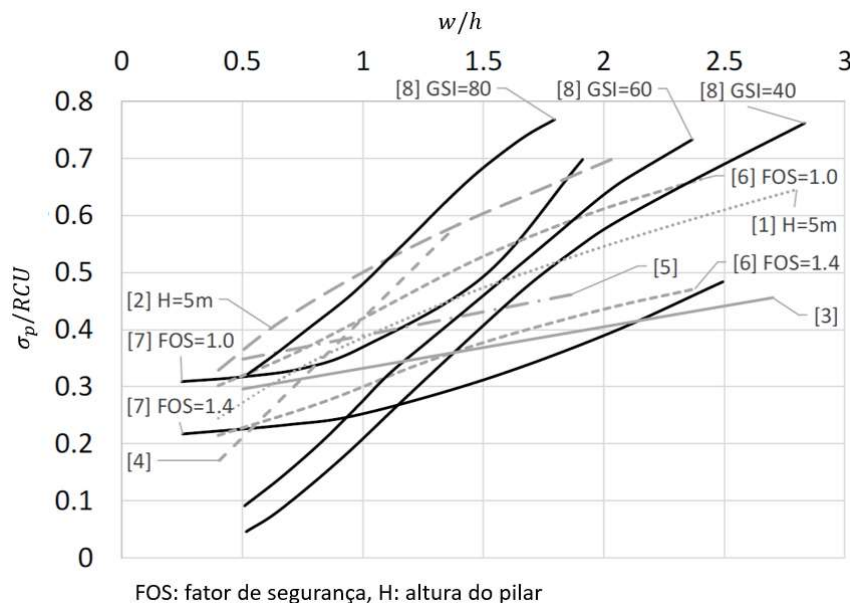
2 Métodos empíricos de dimensionamento de pilares

Oke & Kalenchuk (2017) apresentaram uma lista das metodologias de dimensionamento de pilares mais utilizadas, publicadas até aquela data (tabela 1 e figura 1).

Tabela 1. Metodologias de dimensionamento empírico de pilares (Oke & Kalenchuk, 2017).

Método	Referência	Resistência à compressão uniaxial (Mpa)	Maciço/Método
Empírico	[1] Hedley & Grant (1972)	230	Quartzitos
	[2] Von Kimmelmann <i>et al</i> (1984)	94	Metassedimentos

	[3] Krauland & Soder (1987)	100	Calcário
	[4] Potvin <i>et al</i> (1989)	-	Escudo Canadense
	[5] Sjöberg (1992)	240	Calcário, skarnito
	[6] Lunder & Pakalnis (1997)	-	Rochas duras
Numérico baseado em Hedley & Grant (1972)	[7] Martin & Maybee (2000)	230	Quartzitos/Hoek-Brown
	[8] Martin & Maybee (2000)	230	Quartzitos/GSI



FOS: fator de segurança, H: altura do pilar

Figura 1. Fatores de segurança obtidos por diversos métodos de dimensionamento empírico de pilares (modificado de Oke & Kalenchuk, 2017).

O método empírico de Lunder & Pakalnis (1997), chamado de “Fórmula do Confinamento” talvez seja o mais utilizado para dimensionamento de pilares em rochas duras, segundo Oke & Kalenchuk (2017). Seu desenvolvimento ocorreu a partir de um banco de dados significativo (178 estudos de caso) e foi comparado com o resultado obtido por metodologias utilizadas anteriormente, alcançando maior acurácia. Segundo os autores, os elementos de sua “Fórmula do Confinamento” permitem a abordagem correta da forma do pilar, principalmente para geometrias irregulares.

2.1 Fórmula do Confinamento

Lunder & Pakalnis (1997) apresentaram o método chamado “Fórmula do Confinamento” para determinar a resistência de pilares de rochas duras que considera as tensões principais (σ_1 e σ_3) atuantes no pilar. A metodologia é uma variação de diversos métodos empíricos de determinação da resistência do pilar que relacionam a largura, altura, resistência à compressão uniaxial (RCU) e o fator de segurança (FS), de maneira que a largura do pilar seja perpendicular a maior tensão principal induzida (σ_1) e a altura seja paralela. A fórmula geral para esses métodos empíricos é expressa pela equação 1:

$$P_s = \kappa \times \left[A + B \times \left(\frac{w^a}{h^b} \right) \right] \quad (1)$$



Onde: P_s = resistência do pilar;

κ = constante de resistência, relacionada ao material;

w = largura do pilar;

h = altura do pilar;

A , B , a e b = constantes derivadas empiricamente.

A equação 1 permite a abordagem da resistência do pilar considerando 2 efeitos: o da forma e o do tamanho.

O efeito da forma infere que um pilar apresenta resistência constante, independente do tamanho, desde que seja mantida a razão w/h e a RCU. Nesse caso, a e b são iguais.

O efeito do tamanho considera que a resistência de um pilar diminui se o tamanho do pilar aumenta, mesmo que seja mantida constante a relação w/h . Nesse caso, $A = 0$ e $B = 1$. Lunder & Pakalnis (1997) consideram que o aumento do tamanho promove a incorporação de feições estruturais no maciço, diminuindo a resistência do pilar e adotaram o efeito do tamanho no seu trabalho.

Os métodos convencionais de estudo de resistência (Mohr-Coulomb, Hoek Brown) utilizam a tensão confinante. A “Fórmula do Confinamento” combina os métodos convencionais (tensão confinante) com a formulação empírica (w/h) e apresenta um método híbrido para determinação da resistência do pilar que pode ser generalizado pela equação 2, representando a expressão geral da “Fórmula do Confinamento”:

$$P_s = (K \times RCU) \times (C_1 + C_2 \times \kappa) \quad (2)$$

Onde: K = fator de tamanho;

RCU = resistência à compressão uniaxial da rocha intacta;

C_1 e C_2 = constantes derivadas empiricamente;

κ = componente friccional do pilar.

Lunder & Pakalnis (1997) obtiveram o valor de K na análise detalhada do banco de dados. Foram encontrados valores entre 30 e 51%, sendo definido o valor médio de 44%.

As constantes de derivação C_1 e C_2 foram determinadas buscando o melhor ajuste ao banco de dados utilizado. Os valores obtidos foram 0,68 e 0,52, respectivamente.

κ é determinado, segundo Lunder (1983), pela teoria de Mohr-Coulomb-Navier (1773) que representa a resistência de um plano numa amostra submetida à tensões triaxiais por diagramas de Círculos de Mohr. Sua obtenção é apresentada na figura 1.

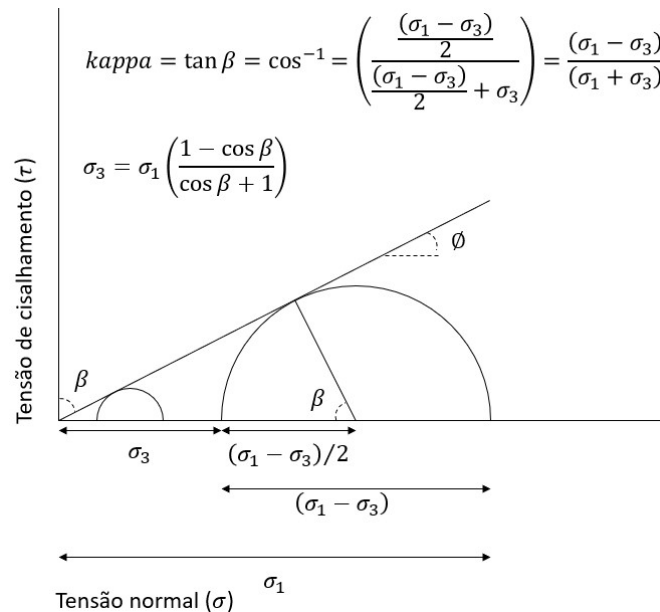


Figura 1. Obtenção da componente friccional $kappa$ e do σ_3 pelo diagrama de círculo de Mohr (modificado de Lunder, 1983).

O trabalho de Lunder (1983) introduz o termo “confinamento médio do pilar” ($Cpav$), definido como a razão entre a as tensões principais menor e maior ($Cpav = \sigma_3/\sigma_1$). Assim, $kappa$ pode ser expresso em função do $Cpav$, como mostra a equação 3:

$$kappa = \tan \left[\cos^{-1} \left(\frac{1 - Cpav}{1 + Cpav} \right) \right] \quad (3)$$

Lunder (1983) relacionou o $Cpav$ com a relação w/h por modelamento numérico, permitindo sua representação conforme a equação 4:

$$Cpav = coef \times \left[\log \left(\frac{w}{h} + 0,75 \right) \right]^{\frac{1,4}{w/h}} \quad (4)$$

Onde: $coef$ = coeficiente de confinamento do pilar, determinado por modelamento numérico.

3 Dimensionamento de pilares na Mina Lamego pela Fórmula do Confinamento

A resistência dos pilares da Mina Lamego foi dimensionada pela equação 2. As constantes de derivação (C_1 e C_2) foram mantidas as mesmas do trabalho de Lunder & Pakalnis (1997). As características do maciço foram obtidas de descrição em campo e ensaios laboratoriais, o $kappa$ foi obtido diretamente do círculo de Mohr e a tensão induzida no pilar foi determinada pela teoria da área tributária (TAT).



3.1 Características do maciço

Os pilares da Mina Lamego são em sua maioria constituídos de formação ferrífera bandada (FFB) e metachert (MCH), ocorrendo, eventualmente, pilares de xisto grafitoso (XG) e metandesito (MAN). A FFB e o MCH constituem maciços massivos, com pouca ou nenhuma descontinuidade e elevada resistência. O XG e o MAN são rochas foliadas e fraturadas, possuem resistência variando de intermediária a alta. As informações de cada maciço, pertinentes no dimensionamento de pilares desse trabalho é apresentada na tabela 2.

Tabela 1. Características do maciço rochoso da Mina Lamego (Pinto, 2011 e Lima, 2017).

Maciço	RCU (Mpa)	ϕ (°)
MCH	317	37
FFB	226	34
MAN	102	34
XG	45	34

3.2 Fator de tamanho (K)

Os valores máximos obtidos para K no trabalho de Lunder & Pakalnis (1997) foi 51%. O trabalho na Mina Lamego contou retroanálise de pilares já executados. Observou-se que é necessário o valor de 80% para que pilares visualmente estáveis apresentem FS mínimo de 1,0. Portanto, o valor de K adotado nesse trabalho foi de 80%.

O valor elevado de K pode ser justificado pelas características do maciço na Mina Lamego. Como o MCH e a FFB são massivos, o aumento do tamanho incorpora poucas ou nenhuma feição estrutural ao maciço, tornando sua resistência muito próxima à RCU. O MAN e o XG são rochas foliadas, portanto mesmo os ensaios em escala de rocha intacta devem incorporar as feições estruturais, tornando o resultado de RCU muito próximo à resistência do maciço.

3.3 Componente friccional do pilar ($kappa$)

A figura 1 mostra a relação entre $kappa$ e o ângulo de atrito do material (ϕ). A relação trigonométrica entre os ângulos ϕ e β permite definir o $kappa$ como a tangente do ângulo complementar ao ϕ , como mostra a equação 5:

$$kappa = \tan(90 - \phi) \quad (5)$$

Os valores de ϕ do maciço dos pilares, aplicados na equação 5 permitem a determinação de 2 valores de $kappa$ para os pilares da Mina Lamego: 1,33 para o MCH e 1,48 para as outras litologias.

3.4 Tensão induzida nos pilares (σ_p)

O banco de dados do trabalho de Lunder & Pakalnis (1997) apresentou a σ_p obtida por diversas metodologias, desde as mais complexas como modelamento numérico até as mais simples como a TAT. Segundo os autores, todos os resultados são comparáveis entre si, pois a metodologia não é tão importante quanto a possibilidade de calibração do método com os estudos de caso. O trabalho realizado na Mina Lamego utilizou a TAT para determinar a σ_p em todos os pilares. As equações 6 e 7 apresentam a obtenção de σ_p pela TAT, modificada a partir de Brady & Brown (2006). Os termos da equação são exemplificados na figura 2.

$$\sigma_p = \sigma_z / (1 - r) \quad (6)$$

Onde: σ_z é a tensão vertical *in situ*;

r é a razão de extração, definida pela equação 7:

$$r = ((a + c)(b + d) - ab) / ((a + b)(b + d)) \quad (7)$$

Onde: a , b , c e d são dimensões do pilar e do vão livre, conforme mostra a figura 2.

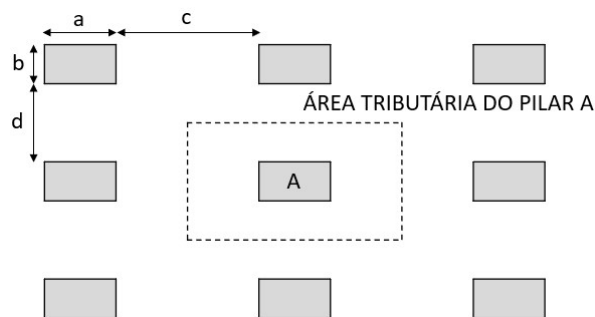


Figura 2. Geometria da área tributária (modificado de Brady & Brown, 2006).

O produto entre a profundidade a partir da superfície e a densidade do maciço é a σ_z . A profundidade em cada pilar foi obtida pelo levantamento topográfico e a densidade média do maciço foi estabelecida pelos ensaios da geologia de mina como 2800 kg/m^3 .

4 Resultados

A aplicação da metodologia descrita nos itens de 3.1 a 3.4 permite calcular a resistência do pilar (P_s , equação 2) e a tensão induzida no pilar (σ_p , equação 6). A razão entre as 2 é o FS do pilar. Foram estudados 30 pilares da Mina Lamago, de geometrias variadas, com contorno total ou parcial. Observa-se em campo que 25 pilares estão estáveis e 5 estão rompidos. O FS obtido para todos os pilares estáveis foi maior do que 1, enquanto todos os pilares rompidos apresentaram FS menor do que 1, indicando elevada assertividade da metodologia.

A comparação dos resultados com outros métodos de dimensionamento e com os resultados obtidos por Lunder & Pakalnis (1997) mostra significativa discrepância (figura 3).

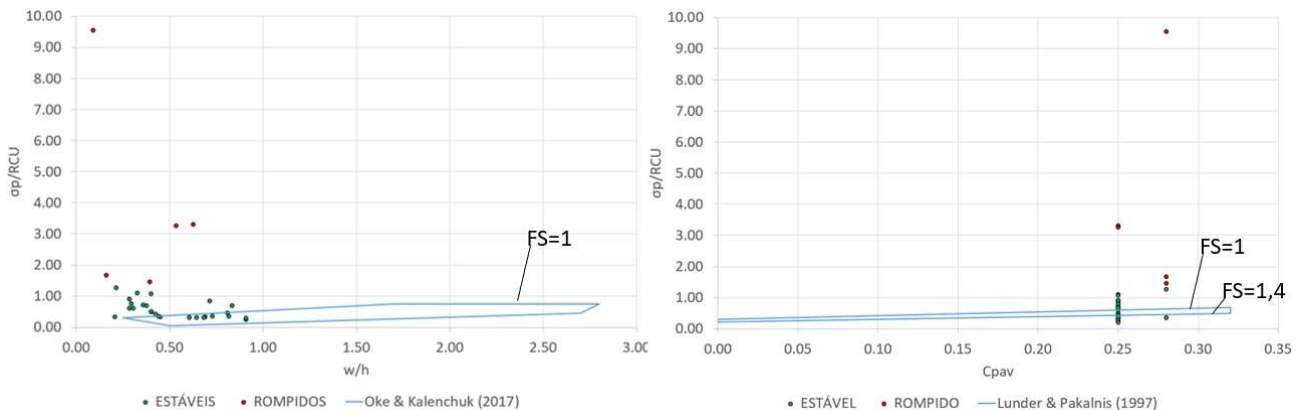


Figura 3. Comparação dos resultados obtidos na Mina Lamego com outras metodologias empíricas de dimensionamento pela razão w/h e pelo C_{pav} .

A figura 3 mostra os pilares da Mina Lamego posicionados nos intervalos de FS para as metodologias apresentadas por Oke & Kalenchuk (2017) na tabela 1, na usual relação $\sigma_p/RCU \times w/h$ e na relação específica $\sigma_p/RCU \times C_{pav}$ de Lunder & Pakalnis (1997). Percebe-se que há diversos pilares estáveis na Mina Lamego que são apontados com $FS < 1$ na figura 3. Além disso, os pilares da Mina Lamego destacam-se dos pilares estudados nas outras metodologias empíricas pela geometria esbelta ($w/h < 1$) e valores relativamente elevados das tensões induzidas e confinamento (C_{pav}).

Não é identificada a necessidade de alteração da geometria no dimensionamento, pois é um fato que os pilares são esbeltos e estão estáveis. As tensões induzidas são consequência da geometria e foram determinadas pela TAT, de fácil retroanálise. Segundo Lunder & Pakalnis (1997), esse é um critério para considerar válida a estimativa de tensões. Porém, os mesmos autores comentam que a calibração de sua metodologia para aplicação em outros locais deve ocorrer com observação de campo e estimativa de tensões. Dessa forma, é importante que sejam realizadas outras estimativas de tensões nos pilares da Mina Lamego e que os resultados sejam comparados. Outra informação importante para o estudo das tensões seria o estados de tensões *in situ*. Nesse estudo a tensão *in situ* foi considerada como a tensão vertical (σ_z). A comparação entre as 2 tensões pode verificar a confiabilidade para a estimativa pela TAT.

Lunder & Pakalnis (1997) determinaram o confinamento por modelamento numérico, obtendo σ_1 e σ_3 no centro de cada pilar estudado. Nesse trabalho o confinamento foi obtido pelo diagrama de Círculo de Mohr, sendo conhecido o $\emptyset$ e considerando σ_1 como a tensão determinada pela TAT (σ_p). A verificação dessas considerações pode ser realizada com o uso de modelamento numérico para determinar σ_1 e σ_3 nos pilares da Mina Lamego e comparando-se os resultados do confinamento obtido com aqueles determinados pelo Círculo de Mohr.

5 Conclusões

A metodologia utilizada apresentou elevada representatividade do comportamento dos pilares estudados na Mina Lamego. Esse resultado reforça o comentário de Lunder & Pakalnis (1997) de que a determinação da resistência do pilar pelo confinamento é mais adequada do que pela razão empírica w/h .

A comparação do resultado obtido na Mina Lamego com o comportamento dos pilares estudados na elaboração de várias metodologias empíricas mostra significativa discrepância. São necessárias investigações adicionais para comprovar a metodologia de estimativa das tensões induzidas e do confinamento. Entretanto, o aumento do banco de dados da Mina Lamego pode tornar essa comparação desprezível se a representatividade obtida até o momento mantiver-se para os novos pilares. Portanto, a ampliação do banco de dados é fundamental.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Brady, H.G., Brown, E.T. (2006) *Rock Mechanics For underground mining*. Springer, Dordrecht, The Netherlands. 628p.
- Hedley, D.G.F., Grant, F. (1972) *Stope-and-pillar design for Elliot Lake Uranium Mines*. Bulletin of the Canadian Institute of Mining and Metallurgy. V. 65, p. 37-44.
- Hoek, H., Brown E.T. (1980) *Underground Excavations in Rock*. Inst. of Min. and Met., 527p.
- Krauland, N., Soder, P. (1987) *Determining Pillar Strength: From pillar failure observation*. Engineering and Mining Journal. V. 8, p. 34-40.
- Lima, D.R. (2017) *Corrosão do Swellex: Um Estudo de Caso na Mina Lamego – Sabará/MG*. Dissertação de Mestrado, Núcleo de Geotecnia, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto. 136p.
- Lunder, P.J., (1983) *Hard Rock Pillar Strength Estimation an Applied Empirical Approach*. B.A.Sc., The University of British Columbia. 166p.
- Lunder, P.J., Pakalnis, R. (1997) *Determination of the strength of hard-rock mine pillars*. Bulletin of the Canadian Institute of Mining and Metallurgy. V. 90, n. 1013, p. 51-55.
- Malan, D.F. (2011) *Pillar Design in the Hard Rock Mines of South Africa*. Int. J. Min. & Geo-Eng. (IJMGE). V. 46, n. 2, p. 163-191.
- Martin, C.D., Maybee, W.G. (2000) *The strength of hard rock pillars*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. V. 37, p. 1239-1246.
- Oke, J., Kalenchuk, K. (2017) *Selecting the Most Applicable Hard Rock Pillar Design Method*. In: 51st US Rock Mechanics / Geomechanics Symposium, São Francisco. p. 25-28.
- Pinto, C.L.L. (2011) *Índices Físicos Ensaio de Determinação da Resistência: Compressão Uniaxial (Módulo de Elasticidade e Razão de Poison) Cisalhamento Direto (Ângulo de Atrito Básico)*. Relatório parcial, Laboratório de Tecnologia de Rochas, Departamento de Engenharia de Minas, EEUFMG. 11p.
- Potvin, Y., Hudyma, M., Miller, H.D.S. (1989) *Rib Pillar design in open stope mining*. Bulletin of the Canadian Institute of Mining and Metallurgy. July, p. 31-36.
- Sjöberg, J. (1992) *Failure modes and pillar behavior in the Zinkgruvan mine*. Rock mechanics. Tillerson & Wawersik. P. 491-499.
- Von Kimmelman, M.R., Hyde, B., Madgwick, R.J. (1984) *The use of computer applications at BCL limited in planning pillar extraction and the design of mining layouts. Design and Performance of Underground Excavations: Design*. International Society of Rock Mechanics, Cambridge. P. 53-63.