

XX Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica
IX Simpósio Brasileiro de Mecânica das Rochas
IX Simpósio Brasileiro de Engenheiros Geotécnicos Jovens
VI Conferência Sul Americana de Engenheiros Geotécnicos Jovens
15 a 18 de Setembro de 2020 – Campinas - SP



Método do acoplamento direto nas análises de confiabilidade de uma barragem de terra

A.T. Siacara

Estudante de Doutorado, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, adriantorricosiacara@gmail.com.

G.F. Napa-García

Pesquisador convidado, Universidade Politécnica de Valência, Valência, Espanha, e Hidroestatística, Geotecnia & Gestão Ltda., Brasil. gian.napa@hotmail.com.

A.T. Beck

Professor, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, atbeck@sc.usp.br.

M.M. Futai

Professor, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, futai@usp.br.

RESUMO: Neste artigo, mostra-se a possibilidade de se realizar análises de confiabilidade precisas e eficientes de barragens de terra acoplando-se diretamente o *software* geotécnico a análises de confiabilidade. Foi adotada uma barragem de terra com geometria típica. O método de análise de estabilidade escolhido foi de Morgenstern-Price. Os pacotes de *software* Seepage/W e Slope/W de GeoStudio foram acoplados ao software de confiabilidade StRAnD. Os índices de confiabilidade de superfícies probabilísticas críticas foram avaliados pelos métodos de confiabilidade de primeira e segunda ordem (FORM e SORM), bem como pela simulação por amostragem por importância de Monte Carlo (ISMC).

PALAVRAS-CHAVE: Barragem de Terra, acoplamento direto, Análise de confiabilidade, Método de equilíbrio limite.

ABSTRACT: This paper shows the possibility of performing accurate and efficient reliability analyzes of earth dams by directly coupling the geotechnical software to reliability analyzes. A typical earth dam has been adopted. The stability analysis method chosen was from Morgenstern-Price. GeoStudio's Seepage / W and Slope / W software have been coupled with StRAnD reliability software. Reliability indexes of critical probabilistic surfaces are evaluated by the first- and second-order structural reliability methods (FORM and SORM), as well as by importance sampling Monte Carlo (ISMC) simulation.

KEYWORDS: Earth dam, direct coupling, reliability analysis, limit equilibrium method.

1 Introdução

As barragens, devido à relevância econômica, representam uma parcela importante no desenvolvimento de um país. Portanto, é essencial conhecer todos os mecanismos de falha que possam ameaçar sua funcionalidade e as consequências de uma possível ruptura. A probabilidade de falha é um aspecto inerente às barragens, no entanto não faz parte da tradição brasileira sua consideração nos cálculos de projetos. A partir dos últimos incidentes de barragens e as consequências no Brasil já foram implementadas diferentes leis federais e estaduais que tornam mais rigorosas as leis de segurança de barragens. As mesmas experiências vêm exigindo aos geotécnicos a adoção de modelos probabilísticos que descrevam o caráter aleatório das propriedades dos materiais e seu efeito na estrutura.

Uma abordagem usual para análises de estabilidade de barragens é usar propriedades determinísticas do solo para encontrar fatores de segurança (FS) (Sarma and Tan 2006). Entretanto, nas últimas quatro décadas, muito foi feito para quantificar a variabilidade das propriedades do solo (Phoon et al. 2006) com o objetivo de determinar o índice de confiabilidade (β) e a probabilidade de falha (P_f) de diferentes estruturas geotécnicas (Mouyeaux et al. 2018; Siacara et al. 2020b, 2020a).

Alguns pacotes de *software* comercial, como Slope/W (GeoStudio) e Slide (RocScience), realizam análises probabilísticas de estabilidade de taludes usando o método de simulação de Monte Carlo (MCS) e a seguinte aproximação de segundo momento (Baecher and Christian 2003; Phoon 2008; Duncan et al. 2014):

$$\beta = \frac{\mu_{FS} - 1}{\sigma_{FS}} \quad (1)$$

onde μ_{FS} é o valor médio e σ_{FS} é o desvio padrão dos fatores de segurança da simulação. Esses programas têm algumas limitações em termos de distribuição estatística de propriedades hidráulicas ou mecânicas, bem como para métodos específicos de confiabilidade estrutural, como o FORM e o SORM.

Neste artigo, a técnica de acoplamento direto (AD) é empregada para combinar o software determinístico GeoStudio 2018 (GeoStudio 2018a, 2018b) com o programa de confiabilidade estrutural StRAnD, versão 1.07 (Beck 2008). Nesta técnica, o software StRAnD estabelece para quais valores dos parâmetros geotécnicos aleatórios a solução determinística do GeoStudio precisa ser calculada. O StRAnD segue os algoritmos FORM, SORM ou MCS, conforme exigido pelo usuário, e calcula as probabilidades de falha. O gradiente da função de estado limite, exigidos no FORM e no SORM, são avaliados por diferenças finitas progressivas. Neste artigo, a aplicação da técnica de AD a um estudo de caso envolvendo uma barragem de terra é mostrada passo a passo.

2 Configuração do problema

2.1 Função de desempenho

Um problema de confiabilidade estrutural é formulado em termos de um vetor de variáveis aleatórias, $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, representando um conjunto de parâmetros geotécnicos aleatórios. Uma função de estado de desempenho ou limite $g(\mathbf{X})$ é formulada de maneira que $\mathbf{x} \mid g(\mathbf{x}) \leq 0$ seja o domínio da falha. Em um hiperespaço dimensional “n” das variáveis básicas, $g(\mathbf{x}) = 0$ é o limite entre os domínios de segurança e falha. A probabilidade de falha é dada por:

$$P_f = P[g(\mathbf{X}) \leq 0] = \int_{g(\mathbf{x}) \leq 0} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (2)$$

em que $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ representa a função de densidade de probabilidade conjunta de $\mathbf{x}$ e a integral é realizada sobre o domínio de falha. A distância mínima da função de estado limite $g(\mathbf{y}) = 0$ até a origem é o chamado índice de confiabilidade (β), e o ponto acima do estado limite com distância mínima para a origem é chamado de “ponto de projeto”. No espaço gaussiano padrão, a função de estado limite é aproximada por um hiperplano, produzindo a aproximação clássica de primeira ordem:

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \quad (3)$$

onde $\Phi(\cdot)$ é a função de distribuição cumulativa gaussiana padrão (Melchers and Beck 2018).

A função de estado limite em problemas de estabilidade de taludes é geralmente expressa como (Phoon 2008):

$$g(\mathbf{x}) = g(x_1, x_2, \dots, x_n) = FS(x_1, x_2, \dots, x_n) - 1.0 \quad (4)$$

onde FS é o fator de segurança (Liang et al. 1999). O método de análise de estabilidade de Morgenstern e Price é empregado aqui para avaliar o FS (Siacara et al. 2020b).

2.2 Métodos de confiabilidade

Os métodos de confiabilidade de primeira ordem (FORM) e de confiabilidade de segunda ordem (SORM), e as simulações de Monte Carlo “bruto” (MCS) e de Monte Carlo por importância (ISMC) são apresentados detalhadamente em (Beck 2017, 2019; Melchers and Beck 2018).



3 Metodologia

3.1 Etapas da modelagem probabilística

Os cálculos numéricos foram implementados pelo acoplamento do *software* GeoStudio 2018 (GeoStudio 2018a, 2018b) e StRAnD 1.07 (Beck 2008). O programa acoplado pode ser usado para avaliar a segurança e a confiabilidade estrutural de barragens de terra em diferentes condições. Usando uma abordagem determinística e diferentes métodos de equilíbrio de limite (por exemplo, Morgenstern e Price), os fatores de segurança (FS) são avaliados. Utilizando os métodos de confiabilidade estrutural aqui apresentados (por exemplo, FORM, SORM e ISMC), o índice de confiabilidade (β) e as probabilidades de falha correspondentes (P_f) são avaliadas.

Esta seção apresenta uma visão geral do procedimento implementado para avaliar a confiabilidade de barragens de terra. O procedimento a seguir é ilustrado pelo fluxograma mostrado na Fig. 1:

- (1) Informações iniciais: estudos básicos (por exemplo, topografia, hidrologia, geologia, ..., etc.), histórico de estudos, ensaios de laboratório, ensaios de campo, geofísica, ..., etc.
- (2) Defina o modelo determinístico: escolha e configure um modelo 2D (única opção na presente versão no *software* GeoStudio 2018). Existem duas etapas para realizar uma análise determinística. Primeiro, a análise de infiltração é realizada em Seep/W. Em seguida, o método de Equilíbrio Limite (LEM) é realizado usando a pressão da água dos poros da etapa anterior em Slope/W. A análise de infiltração contém a representação da curva característica do solo-água (SWCC) e a função de condutividade hidráulica; o LEM avalia a ruptura do talude por cisalhamento para solos não saturados.
- (3) Definir dados determinísticos (nominais) para propriedades geomateriais.
- (4) Defina o modelo probabilístico: escolha métodos de confiabilidade no *software* StRAnD 1.07. Os métodos e condições de confiabilidade dos materiais de correlação são definidos no arquivo STRAND_INPUT.txt do *software* StRAnD.
- (5) Definir dados probabilísticos para propriedades geomateriais.
- (6) Programa mestre: todas as análises determinísticas e probabilísticas apresentadas no fluxograma (Fig. 1) são realizadas usando o compilador de *software* Visual Studio 2017.
- (7) Característica do código FORTRAN: O arquivo GeoStudio 2018 contém as informações Seep/W e Slope/W. O arquivo tem um formato ".gsz", que é um arquivo comprimido (ZIP). O arquivo é compactado/descompactado no *software* 7-zip, salvando o FS para encontrar o DP. Todos os parâmetros de entrada são alterados na extensão de arquivo ".xml", que é alterada em todas as realizações, ou chamadas, durante uma simulação ou em uma pesquisa pelo ponto de projeto (DP). Na mesma pasta, todos os dados de saída são encontrados na extensão de arquivo ".csv", usada como parâmetro de entrada para a análise de confiabilidade.
- (8) Os resultados da análise de confiabilidade (número de avaliações e realizações, coeficientes de sensibilidade no DP, índice de confiabilidade, probabilidade de falha, tempo de avaliação, DP, etc.) são mostrados no arquivo STRAND_OUTPUT.txt. No *software* GeoStudio, é exibida toda a superfície crítica de escorregamento para cada simulação ou no DP.
- (9) Alterações no modelo: Os métodos determinísticos, a geometria e as condições de carga são alteradas no *software* GeoStudio. Os métodos e condições de confiabilidade são alterados no arquivo STRAND_INPUT.txt do *software* StRAnD. Todas as alterações no arquivo GeoStudio produzem pequenas modificações no código FORTRAN, enquanto as alterações na análise de confiabilidade não precisam de modificações no código FORTRAN.

A partir da presente metodologia outras estruturas (por exemplo, barragens de rejeito, taludes, aterros, muros de contenção, muros reforçados com geossintéticos, ..., etc.) poderão ser avaliadas em diferentes condições de carga ou meteorológicas.

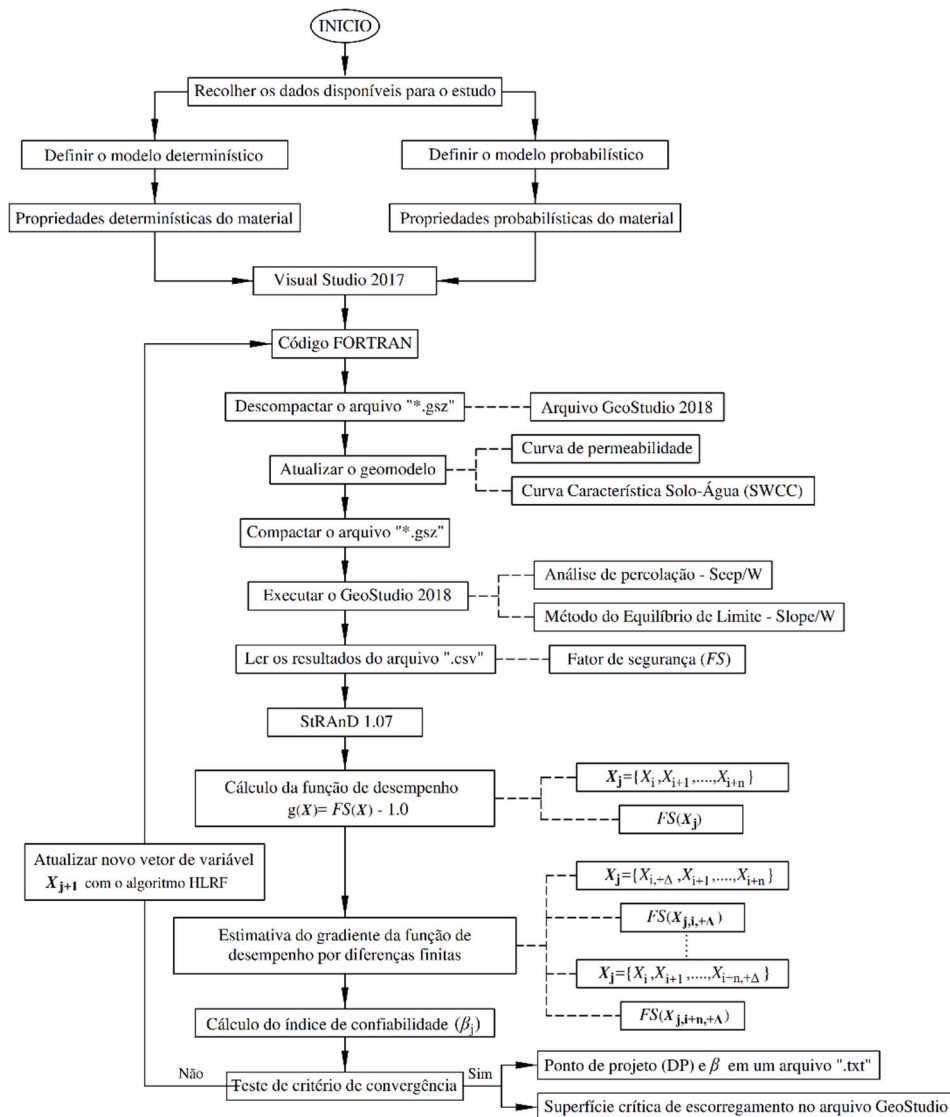


Figura 1. Fluxograma do uso do StRand-GeoInfraUSP para o procedimento de análise de confiabilidade, acoplando os pacotes de *software* GeoStudio e StRand.

3.2 Aplicação do problema e condições de contorno

Uma barragem de terra foi usada como exemplo para testar o desempenho do AD no máximo nível do reservatório em um estado estacionário de longo prazo.

A barragem consiste em um aterro compactado com 20 m de altura e 7 m de largura na crista. Além disso, o corpo da barragem foi considerado homogêneo com seus diferentes elementos. A barragem possui um filtro horizontal para reduzir a poropressão na barragem, conduzindo a água para jusante. Os taludes à montante e a jusante são de inclinação 1V: 3H, e a jusante da barragem existe uma berma com 3 m de largura. A borda livre é considerada como três metros; então, o nível máximo de água (W.L.MAX.) é 17 m. A fundação da barragem está localizada em rocha sã.

Foi estudada a percolação saturada, não-saturada e a estabilidade dos taludes da barragem, considerando a variabilidade nos parâmetros do solo e esses resultados estão apresentados neste artigo. A seção transversal principal da estrutura é mostrada na Figura 2.

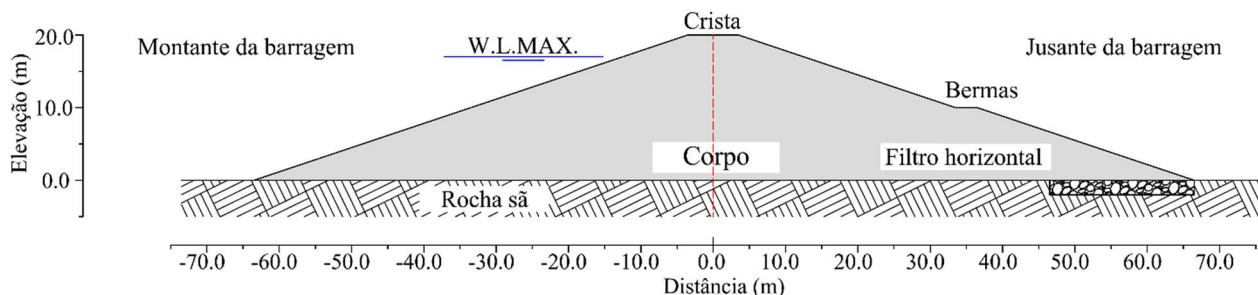


Figura 2. Seção crítica da barragem.

A análise de percolação contém a representação da Curva Característica Solo-Água (SWCC) e da função de condutividade hidráulica prevista pelo modelo de Van Genuchten (Van Genuchten 1980). O LEM usa, neste artigo, o método de Morgenstern e Price (Morgenstern and Price 1965, 1967) com os critérios de resistência ao cisalhamento de solos não saturados (Fredlund et al. 1978).

Os parâmetros hidráulicos e médios de resistência da argila pouco plástica (CL no Sistema Unificado de Classificação de Solos) e suas estatísticas são obtidos de estudos relacionados na literatura, como mostrado na Tabela 1 (Siacara et al. 2020a, 2020b). Presume-se que os parâmetros incertos das análises de estabilidade e de percolação tenham distribuições normais (N), lognormal (LN) ou normal truncada (TN) no estudo de caso. A média (μ) e o coeficiente de variação (COV) de todos os parâmetros são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros de entrada para a aplicação do problema.

Variável	Unit	μ	COV (%)	Min Valor	Max Valor
Condutividade hidráulica saturada (k_s)	m/s	5.63×10^{-5}	80	5.63×10^{-6}	5.63×10^{-4}
Conteúdo volumétrico de água saturado (θ_s)	m^3 / m^3	0.54	15	0.5	0.58
Conteúdo volumétrico de água residual (θ_r)	m^3 / m^3	0.17	30	0.12	0.22
Parâmetro de ajuste da SWCC (a)	kPa	8.06	50	6.06	10.06
Parâmetro de ajuste da SWCC (n)	-	1.76	20	1.56	1.96
Peso específico (γ)	kN/m ³	19	7	0	20
coesão efetiva (c')	kPa	10	30	0	15
Ângulo de atrito (ϕ')	°	28	20	0	31
Ângulo que aumenta a resistência (ϕ^b)	°	17	20	0	19

Conforme mostrado na Tabela 1, os valores mínimos dos parâmetros do solo são tomados como zero ou como um pequeno número positivo. Essa abordagem é apropriada para parâmetros geotécnicos e evita problemas nos cálculos numéricos. Os valores mínimos são impostos na análise de confiabilidade, escolhendo as distribuições lognormal (LN) ou normal truncada (TN). Os valores mínimos não são respeitados quando os parâmetros geotécnicos são modelados usando distribuições normais (N). Os valores máximos na Tabela 1 correspondem apenas à distribuição TN . Os valores máximos não são respeitados quando os parâmetros geotécnicos são modelados usando distribuições N e LN .

3.3 Análise inicial do valor médio

As análises de percolação e de estabilidade foram realizadas no programa GeoStudio (Seep/W e Slope/W) para a barragem no máximo nível do reservatório para obter um resultado determinístico (valor médio) para a superfície mais crítica e para o fator de segurança (FS). Os valores médios (μ) das propriedades de fluxo (k_s , θ_s , θ_r , a e n) e das propriedades envolvidas no cálculo da estabilidade (γ , c' , ϕ' e ϕ^b), apresentados na Tabela 1, foram utilizados nesta análise.

Em relação à análise de percolação, uma análise de elementos finitos foi realizada para a barragem de terra para calcular as pressões da água nos poros e determinar a posição da superfície freática, que é plotada na seção transversal. A superfície freática foi assumida como sendo a linha de poropressão nula, determinada a partir da análise de percolação, conforme mostrado na Figura 3.

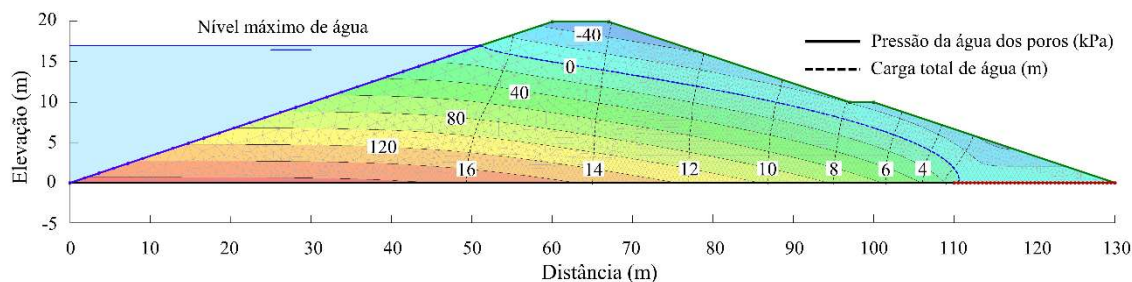


Figura 3. Resultados da análise de fluxo com a pressão da água dos poros (kPa) e a carga total da água (m).

Os cálculos de estabilidade da barragem, com base no procedimento de Morgenstern e Price, foram realizados no talude a jusante, usando as poropressões encontradas na análise de percolação. Uma procura automática foi realizada para localizar o círculo mais crítico para cada representação das poropressões. A superfície crítica da falha e os fatores mínimos de segurança (FS) foram determinados usando Slope/W, sendo os resultados mostrados na Figura 4.

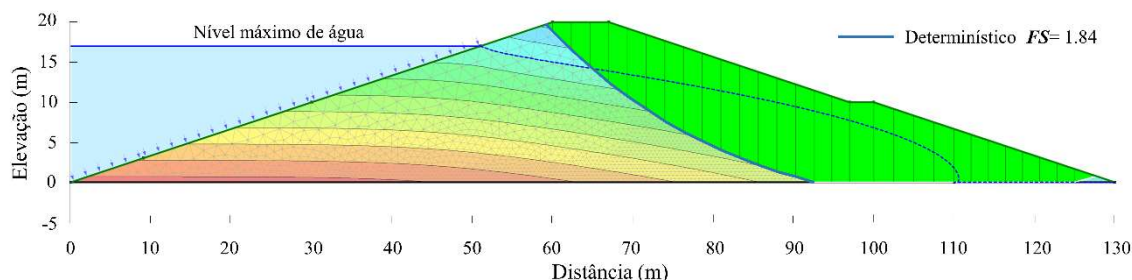


Figura 4. Superfície crítica para o máximo nível do reservatório.

A partir da análise de estabilidade, foi encontrado um fator de segurança (FS) de valor $FS = 1,84$ para o máximo nível do reservatório. O *Bureau of Reclamation*, o *US Army Corps of Engineers Stability Stability Manual* e outros (Duncan et al. 2014) recomendam um fator mínimo de segurança de $FS = 1,5$ para análise de percolação de longo prazo em barragens de terra. Todos os fatores de segurança aqui avaliados na análise do valor médio (determinístico) atendem a esse critério mínimo de estabilidade.

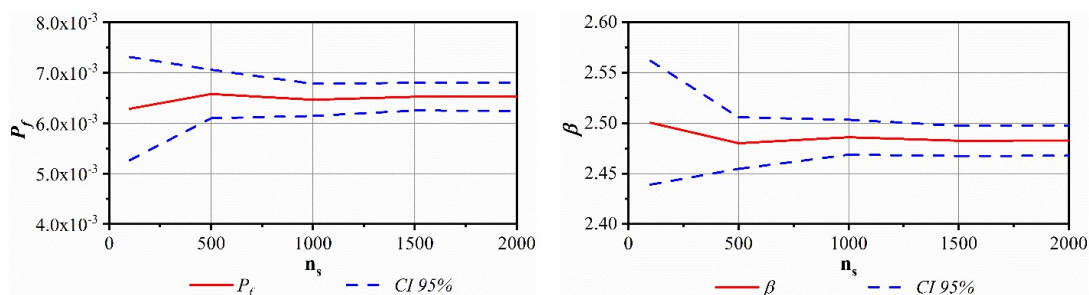
4 Análises e resultados da Confiabilidade

Os seguintes resultados foram obtidos usando o Acoplamento direto (AD) do *software* GeoStudio e StRand para encontrar o índice de confiabilidade (β) e a probabilidade de falha (P_f), conforme descrito nas seções 2 e 3. As análises consideram todo o conjunto de nove variáveis aleatórias: cinco variáveis aleatórias das propriedades de fluxo e quatro variáveis aleatórias de estabilidade.

Nas análises de confiabilidade usando modelos numéricos de alta precisão, o custo computacional e o método empregado são importantes para determinar se a análise é viável. Para este estudo, foi utilizado um computador comum, com velocidade de processador de 3,5 GHz e memória RAM de 32 GB.

O menor custo computacional é obtido para FORM e SORM (2 min para as distribuições N e TN e 5 min para as distribuições LN das propriedades geotécnicas). A solução com distribuição LN leva mais tempo porque a transformação em espaço normal se torna não linear e são necessárias mais iterações para convergência. Para a Simulação de Monte Carlo por importância, com mil amostras, o tempo computacional demandado é consideravelmente maior (85 min para as distribuições N e TN e 80 min para a distribuição LN).

O número necessário de amostras no ISMC precisa ser verificado em um gráfico de convergência, onde índices de confiabilidade computados (β), de probabilidades de falha (P_f) e de variação da amostra são plotados contra um número crescente de amostras para a média e 95% de intervalo de confiança (CI). Esse gráfico de convergência foi obtido usando até duas mil amostras e mostra que os resultados estabilizam após cerca de mil amostras, conforme mostrado nas Fig. 5 a) e 5 b).



(a: Probabilidade de falha (P_f) e 95% de CI)

(b: Índice de Confiabilidade (β) e 95% de CI)

Figura 5. Convergência do MCS por importância, in termos de número de simulações.

Os resultados obtidos para o máximo nível do reservatório com FORM, SORM e ISMC são comparados na Tabela 3. A diferença nos índices de confiabilidade (β) entre os métodos é de aproximadamente 2%, o que indica que todos tendem a convergir (Tabela 3). Foi encontrado um erro de aproximadamente 2% com o FORM e de aproximadamente 1% com o SORM, em comparação com a solução de referência do ISMC (Tabela 3). Os resultados obtidos pelo FORM e SORM concordaram com os resultados obtidos pelo MCS, mostrando que o problema de confiabilidade de longo prazo da barragem em estado estacionário não é excessivamente não-linear.

Todos os pontos de projeto nas soluções acima foram encontrados usando o algoritmo Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler (HLRF). As funções de estado limite não são excessivamente não lineares e, portanto, não foram observados problemas de convergência nas análises aqui apresentadas. No caso de funções de estado limite não linear, o algoritmo Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler melhorado (iHLRF) pode ser empregado (consulte, por exemplo, a discussão em Ji et al. (2017, 2019)). Ambos os algoritmos (HLRF e iHLRF) estão disponíveis no *software* StRAnD.

Tabela 1. Resultados das análises de confiabilidade para o máximo nível do reservatório.

Distribuições de probabilidade	ISMC		FORM			SORM		
	P_f	β	P_f	β	Error (%)	P_f	β	Error (%)
Normal (N)	5.42×10^{-3}	2.55	6.57×10^{-3}	2.48	2.67	5.94×10^{-3}	2.52	1.27
Lognormal (LN)	6.57×10^{-4}	3.21	7.10×10^{-4}	3.19	0.70	5.74×10^{-4}	3.25	1.20
Normal Truncado (TN)	6.01×10^{-3}	2.51	6.57×10^{-3}	2.48	1.25	6.57×10^{-3}	2.48	1.25

5 Conclusões

Este artigo abordou soluções acuradas e eficientes de problemas de confiabilidade geotécnica por meio do acoplamento direto do *software* geotécnico determinístico com um solucionador probabilístico. O acoplamento direto permite resolver o problema de confiabilidade por meio dos métodos de confiabilidade de primeira e de segunda ordem (FORM e SORM) e simulação de Monte Carlo por amostragem por importância (ISMC). O recurso de acoplamento foi ilustrado pelo acoplamento do *software* determinístico GeoStudio 2018 ao *software* de análise de confiabilidade StRAnD. O acoplamento também foi ilustrado na análise de equilíbrio de uma barragem de terra.

A análise de equilíbrio da barragem de terra foi realizada para o máximo nível do reservatório. Foram realizadas análises de estabilidade e de percolação a longo prazo. Os resultados obtidos por FORM e SORM concordaram com os obtidos por ISMC, mostrando que o problema de estabilidade da barragem de terra é quase linear. Esta observação inclui linearidade das funções do estado limite e da transformação de variáveis lognormal (LN) em espaço normal padrão.

As limitações da análise de acoplamento direto (AD) aqui apresentadas são basicamente as dos métodos LEM e FORM. Se as funções de estado limite se tornarem excessivamente não lineares, poderão ser encontrados problemas de convergência em diversos pontos de projeto. Nesses casos, pode ser necessário usar técnicas avançadas de simulação de Monte Carlo ou Monte Carlo bruto juntamente com técnicas de superfície de resposta.



AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer o apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo financiamento da pesquisa (número de concessão nº 88882.145758 / 2017-01) e do Conselho Brasileiro de Pesquisa (CNPq).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Baecher GB, Christian JT. Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering. University of Michigan: John Wiley & Sons Ltd.; 2003.
- Beck AT. Structural Risk Analysis and Design - StRAnD. Release 1. Sao Paulo, Brazil: Department of Structural Engineering, University of Sao Paulo (in portuguese); 2008.
- Beck AT. Structural Reliability (in portuguese). Sao Paulo, Brazil: Department of Structural Engineering, University of São Paulo; 2017.
- Beck AT. Reliability and safety of structures (in portuguese). Sao Paulo, Brazil: Elsevier Editora Ltda; 2019.
- Duncan JM, Wright SG, Brandon TL. Soil Strength and Slope Stability. 2nd Editio. New Jersey: John Wiley & Sons Ltd; 2014.
- Fredlund DG, Morgenstern NR, Widger R a. The shear strength of unsaturated soils. Can Geotech J. 1978 Aug;15(3):313–21.
- Van Genuchten MT. A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils. Soil Sci Soc Am J. 1980;44(5):892.
- GeoStudio. Heat and Mass Transfer Modeling with GeoStudio. GEO-SLOPE. Calgary, AB, Canada T2P: GEO-SLOPE International Ltd; 2018a.
- GeoStudio. Stability Modeling with GeoStudio. GEO-SLOPE. Calgary, AB, Canada T2P 0T8: GEO-SLOPE International Ltd; 2018b.
- Ji J, Zhang C, Gao Y, Kodikara J. Effect of 2D spatial variability on slope reliability: A simplified FORM analysis. Geosci Front. 2017;1–9.
- Ji J, Zhang C, Gao Y, Kodikara J. Reliability-based design for geotechnical engineering: An inverse FORM approach for practice. Comput Geotech [Internet]. 2019 Jul;111(November 2018):22–9. Available from: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2019.02.027>
- Liang RY, Nusier OK, Malkawi a. H. A reliability based approach for evaluating the slope stability of embankment dams. Eng Geol. 1999;54:271–85.
- Melchers EM, Beck AT. Structural Reliability Analysis and Prediction [Internet]. 3er Editio. Melchers RE, Beck AT, editors. Chichester, UK: John Wiley & Sons Ltd; 2018. Available from: <http://doi.wiley.com/10.1002/9781119266105>
- Morgenstern NR, Price VE. The Analysis of The Stability of General Slip Surfaces. Géotechnique. 1965;18(3):393–4.
- Morgenstern NR, Price VE. A numerical method for solving the equations of stability of general slip surfaces. Comput J. 1967;9(4):388–93.
- Mouyеаux A, Carvajal C, Bressоlette P, Peyras L, Breul P, Bacconnet C. Probabilistic stability analysis of an earth dam by Stochastic Finite Element Method based on field data. Comput Geotech. 2018;101(April):34–47.
- Phoon K-K. Reliability-Based Design in Geotechnical Engineering: Computations and Applications. Taylor

XX Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica
IX Simpósio Brasileiro de Mecânica das Rochas
IX Simpósio Brasileiro de Engenheiros Geotécnicos Jovens
VI Conferência Sul Americana de Engenheiros Geotécnicos Jovens
15 a 18 de Setembro de 2020 – Campinas - SP



& Francis Group. London and New York: Taylor & Francis Group; 2008.

Phoon K, Nadim F, Uzielli M, Lacasse S. Soil variability analysis for geotechnical practice. Characterisation Eng Prop Nat Soils. 2006;1–103.

Sarma SK, Tan D. Determination of critical slip surface in slope analysis. Géotechnique. 2006 Oct;56(8):539–50.

Siacara AT, Beck AT, Futai MM. Reliability analysis of rapid drawdown of an earth dam using direct coupling. Comput Geotech [Internet]. 2020a Feb;118:103336. Available from: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0266352X19304008>

Siacara AT, Napa-García GF, Beck AT, Futai MM. Reliability analysis of earth dams using direct coupling. J Rock Mech Geotech Eng [Internet]. 2020b Apr;12(2):366–80. Available from: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1674775520300184>