

XX Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica
IX Simpósio Brasileiro de Mecânica das Rochas
IX Simpósio Brasileiro de Engenheiros Geotécnicos Jovens
VI Conferência Sul Americana de Engenheiros Geotécnicos Jovens
XI Congresso Luso Brasileiro de Geotecnia
23 a 26 de Agosto de 2022 – Campinas – SP



COBRAMSEG 2022
23 A 26 DE AGOSTO | CAMPINAS | SP | BRASIL
COBRAMSEG | SBMR | GEOJOVEM | CLBG

Método dos Elementos Finitos Aleatórios Aplicado na Análise de Estabilidade de Taludes

Isabella Maria Martins de Souza

Aluna de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, isabella2ms@gmail.com

Manoel Porfírio Cordão Neto

Professor Adjunto, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, porfirio@unb.br

RESUMO: Estruturas geotécnicas são importantes para o desenvolvimento da sociedade, como barragens e aterros e cortes de rodovias. Assim, o estudo de estabilidade de taludes é de elevada importância visando evitar graves impactos na sociedade, visto que os riscos de ruptura dessas estruturas estão associados a expressivas perdas ambientais, financeiras e de vidas humanas. A principal dificuldade dos estudos de estabilidade é a variabilidade dos materiais que constituem a estrutura geotécnica. Essa variabilidade está associada principalmente a incerteza das propriedades e parâmetros dos materiais utilizados, o que gera uma imprecisão na composição da estrutura geotécnica. Portanto, o estudo probabilístico de estabilidade de talude é uma ferramenta importante para estimar a segurança de uma obra geotécnica. Dessa forma, serão apresentados métodos que possibilitam avaliar o Fator de Segurança e a Probabilidade de Falha de um talude, com o FOSM, PEM, Monte Carlo e RFEM. Este objetiva verificar a variabilidade dos parâmetros geotécnicos no espaço e sua interferência na probabilidade de ruptura do talude. Os resultados obtidos evidenciam a relevância de se realizar o estudo probabilístico de estabilidade de taludes.

PALAVRAS-CHAVE: Análise Probabilística, RFEM, Análise de Estabilidade, Talude.

ABSTRACT: Geotechnical structures are important for the development of society, such as dams and embankments and road cuts. Thus, the study of slope stability is of high importance in order to avoid serious impacts on society, since the risks of rupture of these structures are associated with significant environmental, financial and human life losses. The main difficulty of stability studies is the variability of the materials that constitute the geotechnical structure. This variability is mainly associated with the uncertainty of the properties and parameters of the materials used, which generates an imprecision in the composition of the geotechnical structure. Therefore, the probabilistic study of slope stability is an important tool to estimate the safety of a geotechnical work. In this way, methods will be presented that make it possible to evaluate the Safety Factor and the Failure Probability of a slope, with FOSM, PEM, Monte Carlo and RFEM. It aims to verify the variability of geotechnical parameters in space and its interference in the probability of slope failure. The results obtained show the relevance of carrying out the probabilistic study of slope stability.

KEYWORDS: Probabilistic Analysis, RFEM, Slope stability, Talude.

1 Introdução

Obras geotécnicas buscam proporcionar benefícios para a sociedade, como a construção de aterros e cortes para a implantação de rodovias e estradas e a construção de barragens para a geração de energia elétrica. Entretanto, são estruturas geotécnicas de grande dimensão e podem estar associadas a impactos graves na sociedade, já que uma possível falha é capaz de ocasionar perdas ambientais, econômicas e de vidas humanas. Além disso, solos e rochas possuem parâmetros e propriedades muito voláteis, o que pode gerar uma imprecisão na constituição da estrutura geotécnica. Deste modo, é válido que um estudo dos eventos cujo acontecimento pode ocasionar em uma ruptura seja realizado. Assim, o uso de conceitos probabilísticos e estatísticos à análise de estruturas geotécnica é de interesse tanto no meio acadêmico como no ambiente profissional.



Dessa forma, quatro métodos para estudo probabilístico serão aplicados: FOSM (*First Order Second Moment*), PEM (*Point Estimate Method*), Monte Carlo e RFEM (*Random Finit Elements Method*). Os métodos serão empregados no estudo de estabilidade de um hipotético talude, que busca representar uma seção de uma encosta natural. O RFEM, método proposto por Griffiths & Fenton (2007a), foi usado para estudar diversos problemas geotécnicos utilizando conceitos probabilísticos. A metodologia compreende em uma combinação do Método dos Elementos Finitos e a teoria do campo aleatório, em que o método Monte Carlo é utilizado. O RFEM será empregado para verificar a questão da variabilidade dos parâmetros no espaço e sua interferência na Probabilidade de Falha (PF).

2 Revisão Bibliográfica

A ruptura de encostas geralmente ocorre por ações que intensificam a força cisalhante, em que se pode destacar a retirada de material que fornece algum suporte e solicitações externas. Também há fatores que reduzem a resistência ao cisalhamento do solo, a título de exemplo, alterações ocasionadas por intemperismo e a repercussão de mudanças nas poropressões (HOYOS, 2014). A maneira comumente utilizada para averiguar a estabilidade de um talude é por meio da aplicação dos métodos que se fundamentam no Equilíbrio Limite. Esses métodos se resumem em dividir o talude em “n” fatias sujeitas as forças ilustradas na Figura 1.

Na base da fatia, a força normal é resultante do somatório de forças na direção vertical. O Fator de Segurança (FS) considerado é equivalente para o equilíbrio de momentos (FS_m) e de forças horizontais (FS_f). Considerando uma quantidade “n” de fatias, o número de incógnitas será $6n-2$. Entretanto, há somente $3n+1$ equações para solucionar o problema: o equilíbrio de momento, o equilíbrio de forças nas duas direções e a equação de Mohr-Coulomb. A Tabela 1 lista as hipóteses utilizadas para resolver essa questão.

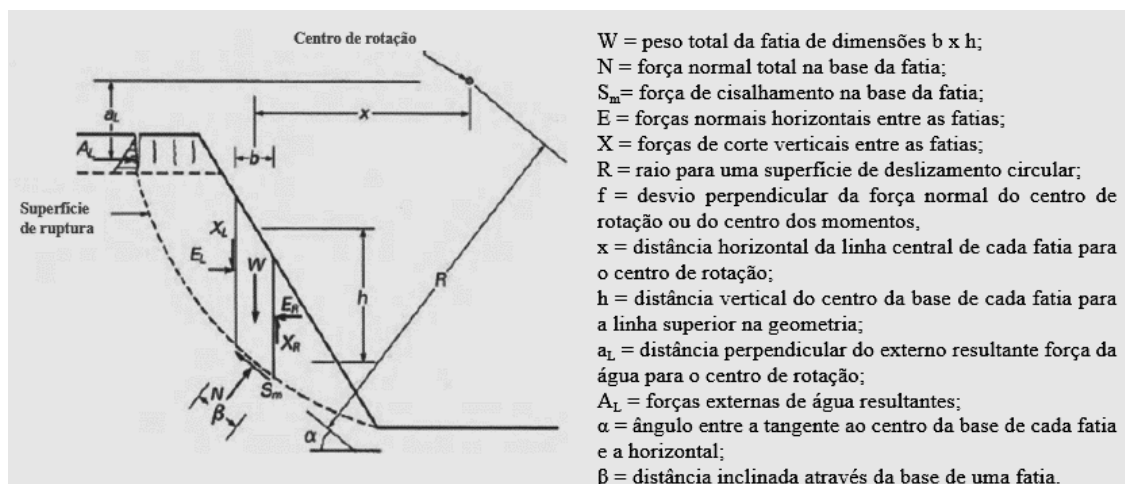


Figura 1 – Equilíbrio Limite: forças que agem em uma fatia (FREDLUND et. al., 1940)

Tabela 1 – Equilíbrio Limite: principais métodos (FREDLUND et. al., 1940)

Método	FS_m	FS_f	Suposições
Método ordinário	x		$X = 0, E = 0$
Bishop simplificado	x		$X = 0, E \geq 0$
Jambu simplificado		x	$X = 0, E \geq 0$
Jambu generalizado		x	$X_R = E_R \tan \alpha_t - (E_R - E_L) t_R / b^a$
Spencer	x	x	$X/E = \tan \theta^b$
Morgentern-Price	x	x	$X/E = \lambda f(x)$
Corpo de Engenheiros		x	$X/E =$ Inclinação média superfície do solo
Lowe-Karafiath		x	$X/E =$ Inclinação média solo e superfície de deslizamento

^a α_t = ângulo entre a linha de impulso através de uma fatia e a horizontal

t_R = distância vertical da base da fatia até a linha de empuxo no lado direito da fatia

^b θ = ângulo da força horizontal resultante entre as fatias



A utilização do Método de Equilíbrio Limite permite obter um resultado dado como determinístico, entretanto os dados que são utilizados em estudos geotécnicos são bastante variáveis e com baixa precisão. Essas incertezas presentes na engenharia geotécnica são repartidas em dois conjuntos: a variabilidade aleatória (natural) e a incerteza epistêmica (do conhecimento). A primeira está relacionada à aleatoriedade inerente do material, tais como a oscilação espacial e temporal. A segunda é consequência da falta de informação, de dados ou da própria compreensão do evento (BAECHER & CHRISTIAN, 2003).

Dessa forma, é recomendado que, para cada parâmetro, seja considerada uma distribuição de valores, tornando-o uma variável aleatória, que é estabelecida como uma variável quantitativa em que o seu valor depende de ações aleatórias. Ela é dita discreta sempre que pode assumir uma quantidade finita de valores e denominada contínua quando pode apresentar infinito valores. Assim, é importante conhecer a probabilidade de ocorrência dos valores das variáveis aleatórias utilizadas em determinado estudo.

A probabilidade pode ser entendida como a frequência de episódios de um resultado após serem reavaliadas diversas observações (Teoria Frequentista) ou uma estimativa do grau de confiança da realidade que será retratada por meio de dados (Teoria Bayesiana). Já uma distribuição de probabilidade relaciona uma probabilidade para cada resposta de um evento aleatório. Diversos eventos considerados aleatórios podem ser modelados por um pequeno número de distribuições, como as funções Normal, LogNormal, Uniforme, Exponencial e Gama.

Além de ter conhecimento da distribuição de probabilidade, é essencial saber o grau de interdependência das variáveis. Para este fim, pode-se empregar a covariância que é uma maneira de medir variabilidade simultânea de duas variáveis aleatórias com distribuição conjunta de probabilidade. O sinal do valor da covariância mostra se a relação é negativa ou positiva. Outra forma é utilizar o coeficiente de correlação, uma medida adimensional que permuta entre -1 e 1 e estima a amplitude da relação entre as variáveis. A seguir, quatro métodos de estudo probabilístico serão expostos com potencial de aplicação em estudos geotécnicos.

O FOSM se fundamenta no truncamento da série de Taylor para uma função de variável considerada dependente. Neste método, o valor médio de uma função que contém diversas variáveis aleatórias é estimado com os valores médios de cada variável ($\bar{X}_i$). Já a variância é estimada a partir do desvio padrão das variáveis da função (σ), de suas derivadas ($\partial F/\partial x$) e do coeficiente de correlação dessas variáveis (ρ). As derivadas podem ser estimadas com base na variação da função com pequenas alterações nas variáveis de entrada, em que cada variável é acrescida separadamente, enquanto as outras são imutáveis e iguais às suas médias. A principal utilidade do método é a indicação da contribuição relativa de cada parâmetro para a incerteza global. No entanto, se “n” variáveis forem utilizadas, será necessário a análise de “n” derivadas parciais da função.

O PEM (ROSENBLUETH, 1975) é um método que substitui as variáveis aleatórias contínuas por discretas. No presente estudo, o FS será dado por uma função de “n” variáveis com distribuições simétricas e que não apresentam correlação. Além disso, 2ⁿ pontos serão elencados para prever todas as possíveis combinações de cada variável, com um desvio padrão abaixo e outro acima da média. Como a correlação não foi considerada, os pesos (P_i) serão $1/n$ para todos os pontos. A desvantagem é a necessidade de avaliação da função de desempenho 2ⁿ vezes. No entanto, quando as variáveis não são correlacionadas e a assimetria ignorada, Rosenblueth sugeriu uma redução para $2n + 1$.

Tabela 2 – Métodos FOSM e PEM: Média e Desvio.

Método	Média	Desvio Padrão
FOSM	$F(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n)$	$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial x_j} \sigma_{x_i} \sigma_{x_j} \rho_{x_i, x_j}$
PEM	$\sum_{i=1}^n P_i (F(X_i))^m$	$\left(\sum_{i=1}^n P_i ((F(X_i))^m)^2 - \left[\sum_{i=1}^n P_i ((F(X_i))^m) \right]^2 \right)^{1/2}$

O método Monte Carlo pode ser tido como um método com resultados exatos (HARR, 1985) e é fundamentado na criação aleatória de resultados, assim uma amostragem com muitos valores é necessária. Dessa forma, o sorteamento de valores é realizado usando a média, o desvio padrão e uma função de distribuição de probabilidade. O método possui uma simplificação conceitual, mas exige um elevado conjunto de amostras para atingir uma precisão satisfatória.



O FEM (*Finit Elements Method*) foi difundido por Clough & Woodward em 1967. O FEM é normalmente usado para solucionar problemas geotécnicos e é uma ferramenta usada para discretizar uma massa de solo em objetos denominados elementos finitos e estes são ligados por seus nós. Esse método possibilita estimar poropressões, deslocamentos e outras variáveis em cada elemento finito. Dessa forma, é possível resolver com mais precisão problemas geotécnicos.

O RFEM (GRIFFITHS & FENTON, 2007a) é uma variação do FEM, foi utilizado no estudo de estabilidade de taludes de um problema hipotético, em que se visava averiguar a interferência da média local dos parâmetros analisados na PF. Os resultados indicaram que ao não considerar a variabilidade espacial da coesão ($\Theta_c = \infty$), a PF foi superestimada quando o valor do coeficiente de variação (V_c) é suficientemente pequeno, sinalizando uma estimativa conservadora. Entretanto, na ocasião em que o V_c é elevado, a PF é subestimada quando a variabilidade espacial não foi considerada, sinalizando uma situação não conservadora.

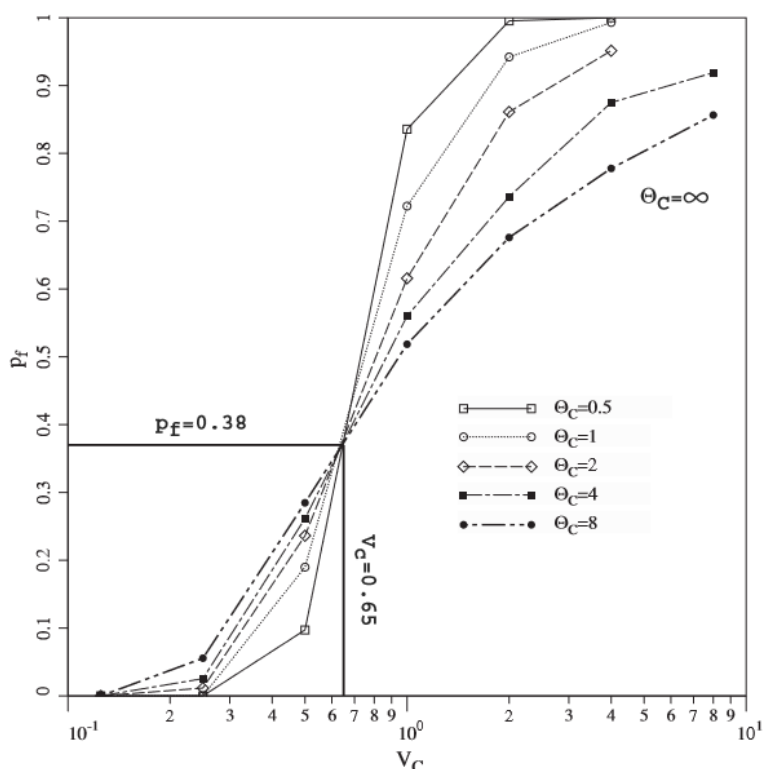


Figura 2 – RFEM: principais resultados (GRIFFITHS & FENTON, 2007a)

3 Metodologia

O estudo deste trabalho refere-se a um hipotético talude de dez metros com declividade de 55°. Nas análises, os parâmetros usados foram coesão não drenada (c_u), ângulo de atrito não drenado (ϕ_u), peso específico saturado (γ_{sat}), Módulo de Young do solo (E) e o coeficiente de Poisson (ν). A média desses parâmetros (μ) foram estimados de acordo com as indicações da JCSS (*Joint Committee on Structural Safety*). Já os coeficientes de variação (V_c) foram escolhidos conforme as estimativas de Baecher & Christian (2003). Por fim, o desvio padrão (σ) foi estimado para as três propriedades tidas como variáveis aleatórias (c_u , ϕ_u , γ_{sat}).

Tabela 3 – Parâmetros selecionados

	c_u (kPa)	ϕ_u (°)	γ_{sat} (kN/m³)	E (kPa)	ν
μ	20	25	17	50000	0,3
V_c	30%	15%	5%	-	-
σ	6	4	1	-	-

Inicialmente, o FS foi calculado usando os valores médios dos parâmetros e dois programas do Pacote GeoStudio 2012, SIGMA/W e SLOPE/W. No primeiro programa uma distribuição de tensão no solo foi calculada por meio de um estudo de elementos finitos, em que a malha era de elementos de 0,5 metros. O material foi tido como linear elástico, em virtude da maior simplicidade do método de cálculo, e as tensões totais foram estimadas usando parâmetros não drenados. Logo depois, o programa SLOPE/W utilizou as tensões calculadas no SIGMA/W para estimar o FS da superfície de ruptura. O material utilizou o modelo de Mohr-Coulomb e a opção *Grid and Radius* foi usada para encontrar a superfície de ruptura.

Em seguida, os estudos probabilísticos foram realizadas usando os métodos descritos na revisão bibliográfica, em que as variáveis foram considerados independentes visando facilitar a utilização dos métodos, em outras palavras, o coeficiente de correlação é nulo. Foram realizadas oito combinações no PEM em que o valor médio de cada variável era reduzido ou aumentado conforme o seu valor de desvio padrão. Já no FOSM foram realizados acréscimos de 0,01, 0,05, 0,1 e 0,25 enquanto as demais variáveis eram mantidas constantes e igual ao valor médio. No método Monte Carlo, foram necessárias cem mil realizações e foi adotado uma distribuição Normal para o FS.

O mesmo talude supracitado foi modelado no programa Rslope2D pertencente ao pacote RFEM. A modelagem foi realizada para três densidades de malhas, em que o tamanho dos elementos eram de 0,5, 0,625 e 1,0 metro (Figura 4). Quatro comprimentos de correlação foram usados, sendo 1, 2, 4 e 8 metros, buscando analisar a interferência desse parâmetro na estimativa da PF. O FS obtido pelo método RFEM é encontrado por meio de fatores de redução, isto é, os valores das variáveis são reduzidos até se atingir a falha. Assim, o fator de redução que resultou na falha é dado como FS. A sucessão de fatores de redução usada foi 1,0; 1,1; 1,2; 1,4; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0.

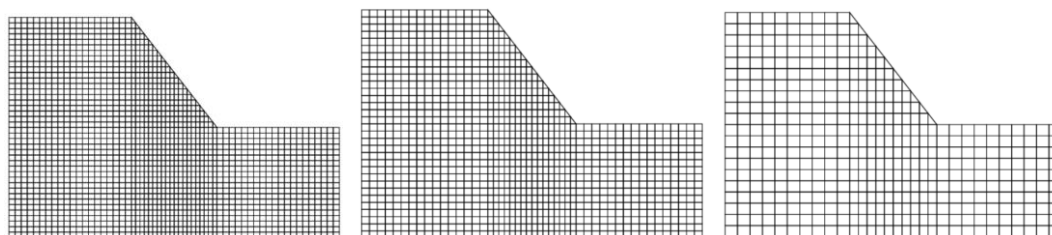


Figura 4 – Densidade da malha utilizadas.

4 Resultados

Na análise inicial, com as médias das variáveis, foi obtido um FS de 1,5, valor que atende o FS mínimo (ABNT NBR 11682:2009). Só a coesão não drenada, o ângulo de atrito não drenado e o peso específico saturado foram considerados variáveis aleatórias, visto que foram os parâmetros que causaram maior alteração na PF, conforme indicado na análise FOSM. A Figura 5 exhibe os resultados do método FOSM, a Tabela 2 lista as combinações realizadas na análise PEM e a Figura 6 ilustra o histograma obtido pelo método Monte Carlo.

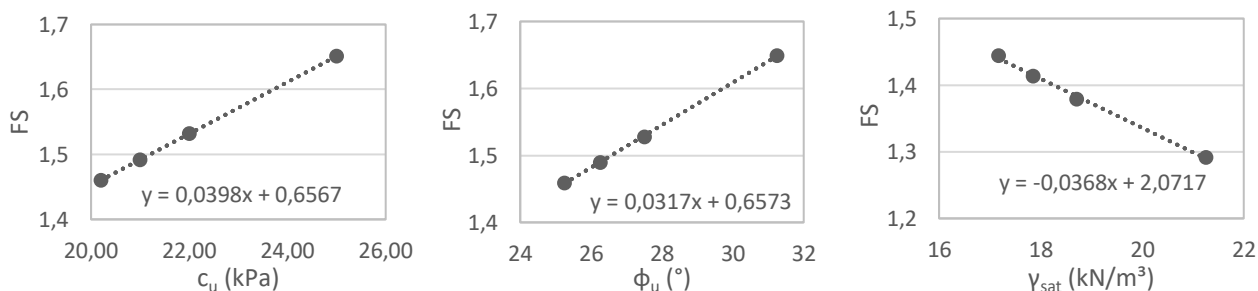


Figura 5 – Resultados FOSM.



Tabela 4 – Combinações PEM.

c_u (kPa)	ϕ_u (°)	γ_{sat} (kN/m ³)	FS	c_u (kPa)	ϕ_u (°)	γ_{sat} (kN/m ³)	FS
1	+	+	1,757	5	-	+	1,305
2	+	-	1,879	6	-	-	1,371
3	+	+	1,518	7	-	+	1,066
4	+	-	1,640	8	-	-	1,132

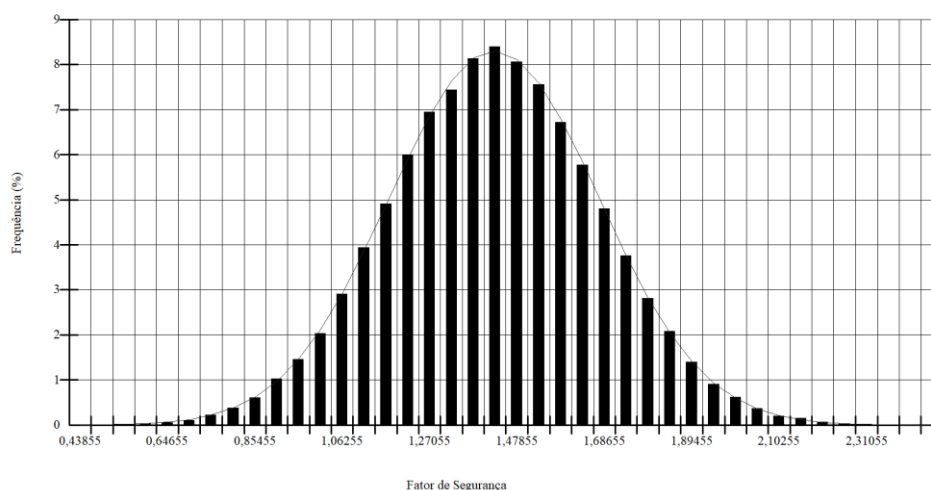


Figura 6 – Resultados Monte Carlo.

Uma síntese dos resultados dos estudos utilizando os métodos FOSM, PEM e Monte Carlo é exibido na Tabela 3. É possível notar que a PF dos três métodos apresentou valores que classificam o talude com um nível de desempenho não satisfatório (USACE,1999).

Tabela 3 – Resultados Análises Probabilísticas.

Método	μ	σ	PF
FOSM	1,48	0,27	3,9%
PEM	1,46	0,29	5,8%
Monte Carlo	1,42	0,25	4,45%

Os principais resultados obtidos pelo RFEM utilizando o programa Rslope2D é apresentado a seguir. A Figura 7 exibe o talude em estudo com diferentes comprimento de correlação para o parâmetro coesão, com um metro e oito metros, respectivamente. É possível observar que a segunda aparenta uma distribuição espacial do parâmetro bem mais suave que a primeira.

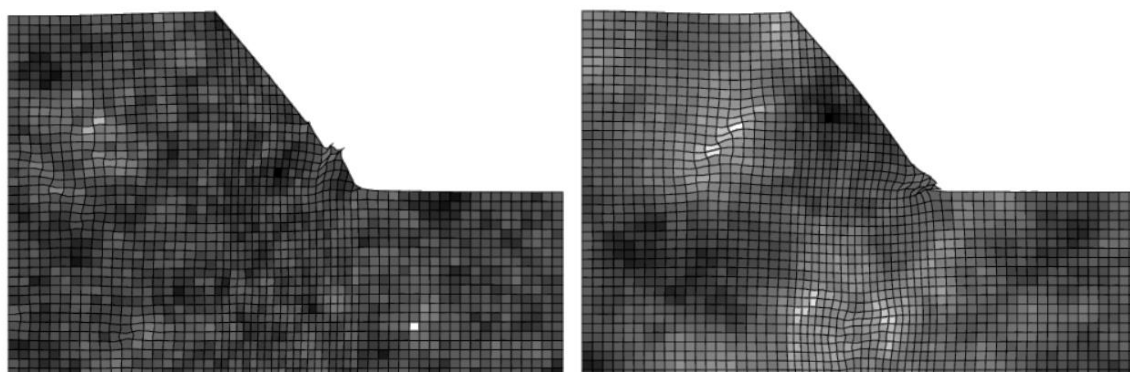


Figura 7 – Comprimento de correlação de 1 e 8 metros para a coesão, respectivamente.



A Figura 8 ilustra a relação obtida entre a PF e o comprimento de correlação. É possível observar que a PF aumenta a medida que se aumenta o comprimento de correlação. Uma possível causa para esse acontecimento é que um maior comprimento de correlação indica um solo mais homogêneo. Assim, quando sorteamento de uma propriedade tida como ruim ocorre, há uma elevada chance desse sorteio apresentar valores de baixo FS. Caso ocorra o contrário, ou seja, o sorteio de uma propriedade vista como boa em um solo mais homogêneo, o resultado esperado é um elevado valor de FS. No entanto, devido a maior dispersão dos FS calculados, uma maior PF é esperada.

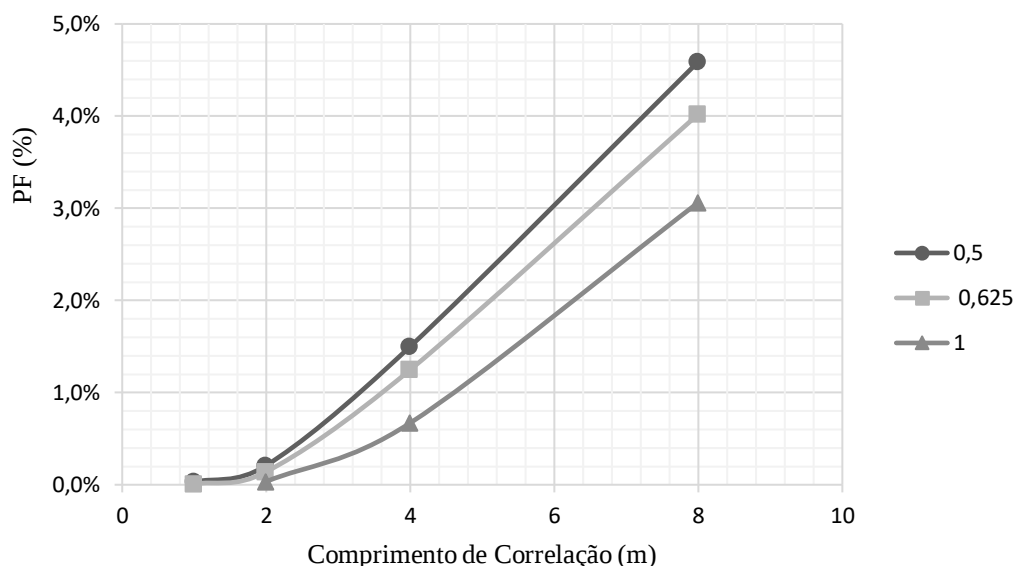


Figura 8 – PF versus comprimento de correlação

Outrossim, é possível notar que para os estudos com maior comprimento de correlação, indicando um solo com aspecto mais homogêneo, as PF resultantes foram de mesma ordem de grandeza dos valores obtidos pelos métodos FOSM, PEM e Monte Carlo. Esse fato é um bom indício para a validação do programa Rslope2D. Por fim, a Figura 9 exibe a relação obtida de tempo de duração das análises com o comprimento de correlação considerado para diferentes densidades de malha. É possível observar que quanto maior a densidade de malha, o tempo de duração da análise aumenta de maneira considerável.

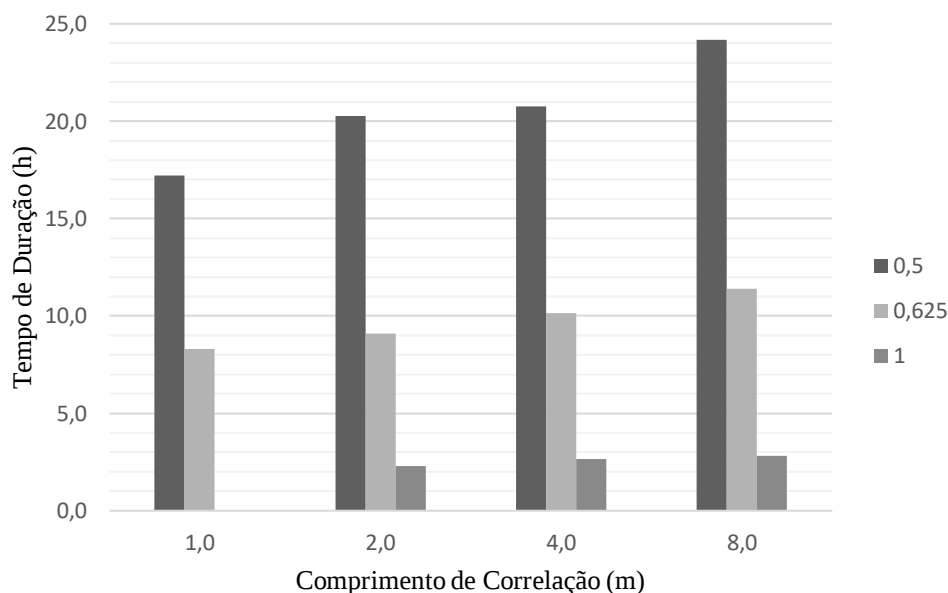


Figura 9 – Resumo do tempo de duração das análises.



5 Conclusão

Quatro métodos foram utilizados para estimar a probabilidade de ruptura de um talude hipotético. Os resultados mostram um desempenho insatisfatório de PF de 10^{-2} (USACE, 1999), apesar do FS de 1,5 resultante dos parâmetros médios ser tido como satisfatório (ABNT NBR 11682:2009). Este fato evidencia a importância de efetuar estudos probabilísticos e de risco em estruturas geotécnicas. Todavia, não é possível confirmar que as probabilidades de falha resultantes representam a realidade, já que algumas simplificações foram usadas neste estudo.

A título de exemplo, as pressões foram consideradas apenas por meio da utilização de parâmetros não drenados por conta de limitações do programa RFEM. Essa condição pode ser considerada como essencial, visto que as poropressões interferem de maneira direta as tensões efetivas utilizadas no cálculo de estabilidade. Assim, o ideal seria realizar uma análise de fluxo do talude e utilizar os resultados obtidos na análise de estabilidade. Sobre o estudo da variabilidade espacial, pode-se destacar que baixos valores de comprimento de correlação, indicando um solo com aspecto mais heterogêneo, resultaram em valores menores de probabilidade de ruptura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Associação Brasileira de Normas Técnicas (2009). NBR 11682. *Estabilidade de Taludes*. Rio de Janeiro.
- ASSIS, A.P.; FARIAS, M.M. (1998). Uma comparação entre Métodos Probabilísticos Aplicados à Estabilidade de Taludes. *XI Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica*.
- BAECHER, G.B.; CHRISTIAN, J.T. (2003). *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering*. John Wiley & Sons Ltd, Chichester, England, 605 p.
- CLOUGH, R. W.; WOODWARD, R. (1967). *Analysis of Embankment Stresses and Deformations*. Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, 4, 529-549.
- DIAS, B. M. (2007). *Estabilidade de Taludes*. In: *Fundamentos de Engenharia Geotécnica*. 6. ed. California, Sacramento: Thomson, Cap. 14. p. 430-487. Tradução da ed. 6 norte-americana.
- FREDLUND, D. G. et al. (1940) *Unsaturated Soil Mechanics in Engineering Practice*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 939 p.
- GEOSTUDIO, versão 2012. Conjunto de software integrado para modelar a estabilidade de taludes, deformação no solo e transferência de calor e massa no solo e nas rochas.
- GRIFFITHS, D.V.; FENTON, G. A. (2007a). *The Random Finite Element Method (RFEM) in Slope Stability Analysis*. In: *Probabilistic Methods In Geotechnical Engineering*. Italy: Springer Wien New York, p. 317-343.
- GRIFFITHS, D.V.; FENTON, G. A. (2007b). *Review Of Probability Theory, Random Variables, And Random Fields*. In: *Probabilistic Methods In Geotechnical Engineering*. Italy: Springer Wien New York, p. 1-72.
- GRIFFITHS, D.V.; FENTON, G. A. (1992). *The Random Finite Element Method*, Software Version 1.0.0.
- HARR, M.E. (1985). *Reliability-Based Design in Civil Engineering*. McGraw-Hill, New York, USA.
- HOYOS, E. M. (2014). *Influência dos Parâmetros Hidrológicos e Geotécnicos na Estabilidade de Taludes*. 2014. 107 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília.
- JCSS (2006). *Probabilistic Model Code, Section 3.7: Soil Properties*.
- ROSENBLUTH, E. (1975). "Point estimates for probability moments." *Proceedings, National Academy of Science* 72(10): 3812-3814.
- U.S.A.C.E (1999). *Risk-based analysis in geotechnical engineering for support of planning studies*. U.S. Army Corps of Engineers, ETL 1110-2-556