

XX Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica
IX Simpósio Brasileiro de Mecânica das Rochas
IX Simpósio Brasileiro de Engenheiros Geotécnicos Jovens
VI Conferência Sul Americana de Engenheiros Geotécnicos Jovens
XI Congresso Luso Brasileiro de Geotecnia
23 a 26 de Agosto de 2022 – Campinas – SP



Solução Analítica do Escoamento Superficial Gerado em um Talude em Condição de Precipitação Uniforme

Matheus Marques Martins

Estudante, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, mmarquesmartins@hotmail.com

Moisés Antônio da Costa Lemos

Estudante, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, moisesaclemos@gmail.com

André Luís Brasil Cavalcante

Professor Associado, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, abrasil@unb.br

Marta Pereira da Luz

Engenheira Civil, Furnas Centrais Elétricas S.A., Aparecida de Goiânia, Brasil, martaluz@furnas.com.br

RESUMO: É apresentada uma solução analítica para estimativa do escoamento superficial acumulado gerado em condição de precipitação uniforme. O processo de geração do escoamento superficial foi aproximado pelo modelo de onda cinemática em regime de fluxo de transição entre laminar e turbulento. O modelo de Green-Ampt modificado por Mein-Larson foi empregado para descrever o fenômeno da infiltração de água. Também foi realizado o acoplamento da solução analítica proposta com um modelo constitutivo da curva de retenção de água no solo para incluir a possibilidade de calibrações experimentais por meio do parâmetro hidráulico de ajuste. Para um melhor entendimento do fenômeno, análises paramétricas demonstraram a influência da intensidade e duração da precipitação, do comprimento e inclinação do talude, e da permeabilidade do solo na evolução temporal da lâmina acumulada.

PALAVRAS-CHAVE: Escoamento superficial, Precipitação uniforme, Infiltração, Mein-Larson, Cavalcante-Zornberg.

ABSTRACT: An analytical solution for predicting total runoff under uniform rainfall conditions is presented. Overland flow was approximated by the kinematic wave equation for transitional flow regime. The Green-Ampt-Mein-Larson model was used to describe the water infiltration phenomenon. The coupling of the proposed analytical solution for overland flow with a constitutive model of the soil water retention curve was also carried out to include the possibility of experimental calibrations by means of the fitting hydraulic parameter. For a better understanding of the phenomenon, parametric analyses runned demonstrated the influence of rainfall intensity, rainfall duration, distance, slope and soil permeability on total runoff through the time.

KEYWORDS: Overland flow, Uniform rainfall, Infiltration, Mein-Larson, Cavalcante-Zornberg.

1 Introdução/Contextualização

Ao longo do tempo, o aporte de sedimentos ao fundo do reservatório de água reduz a capacidade de geração de energia de uma usina hidrelétrica. Os agentes primários do desprendimento de partículas de solo são as forças de tração exercidas pelo escoamento superficial e a ação por impacto de gotas de chuva (Govindaraju, 1998). Quando a intensidade de precipitação supera a capacidade de infiltração do solo, uma parcela da água precipitada infiltra pela superfície do solo e outra parcela, definida como precipitação efetiva, escoar superficialmente sob a forma de uma fina lâmina d'água (Horton, 1933). A consideração de precipitação uniforme possibilita que a solução analítica proposta para o escoamento superficial seja utilizada em calibrações experimentais para avaliação da erodibilidade, constituindo um primeiro passo na estimativa do volume de partículas desprendidas por erosão laminar em bordas de reservatórios devido a um evento de precipitação.



No modelo de infiltração de Green-Ampt (1911), o solo é considerado totalmente saturado até a profundidade da frente de umedecimento e a sucção mátrica na frente de umedecimento é sempre a mesma, independentemente da posição e do tempo. Mein e Larson (1973) estenderam a aplicabilidade do modelo de Green-Ampt ao incluir a ocorrência de infiltração antes do empoçamento da superfície. Nesta condição, a taxa de infiltração é constante e equivale à intensidade de precipitação. Após o tempo de empoçamento, a taxa de infiltração é calculada como no modelo original. Mein e Farrell (1974) apresentaram a formulação da sucção mátrica na frente de umedecimento. Cavalcante e Zornberg (2017) desenvolveram um modelo constitutivo no qual a curva de retenção de água no solo possui apenas um parâmetro de ajuste, o qual é relacionado com o valor de entrada de ar e possui aplicabilidade em calibrações experimentais.

A equação da continuidade e a equação de quantidade de movimento são usadas para descrever matematicamente o escoamento superficial em superfícies inclinadas, como canais e taludes. Estas equações possuem solução analítica complexa e são usualmente empregadas de forma aproximada, de modo que as simplificações não prejudiquem a análise em termos de acurácia. Neste contexto, o modelo de onda cinemática é a forma aproximada dominante do escoamento superficial (Singh, 2002). A hipótese de equivalência entre as forças de atrito e as forças gravitacionais permite desprezar os termos de aceleração e o gradiente de pressão na equação de quantidade de movimento. O grau de turbulência do fluxo é reproduzido pelo coeficiente β , sendo aproximado para dois na transição entre laminar e turbulento (Horton, 1938; Agnese *et al.*, 2001; Singh, 2002; Baiamonte e Agnese, 2010; Tao *et al.*, 2018).

Este artigo é produto dos resultados obtidos no P&D ANEEL 0394-1705/2017, intitulado “Modelagem em Diversas Escalas da Geração de Sedimentos em Erosões e o Aporte em Reservatórios de UHEs”, no qual também está inserida a dissertação de mestrado do primeiro autor.

2 Objetivo

O objetivo deste trabalho é apresentar uma solução analítica para estimativa do escoamento superficial acumulado gerado em um talude por um evento de precipitação uniforme. Foram realizadas análises paramétricas para observação do padrão de comportamento da lâmina acumulada ao longo do tempo.

3 Metodologia

Nesta pesquisa, utilizou-se intensidade de precipitação constante (uniforme). O fenômeno da infiltração de água no solo foi descrito pelo modelo de Green-Ampt-Mein-Larson (1973) acoplado ao modelo constitutivo de Cavalcante-Zornberg (2017). O escoamento superficial gerado ao longo do talude foi representado pelo modelo de onda cinemática para regime de fluxo de transição entre laminar e turbulento. O equacionamento do escoamento superficial é dividido em dois estágios: de ascensão (durante a precipitação) e de recessão (após a precipitação). A lâmina de escoamento superficial acumulado é obtida pela integração da descarga por unidade de área no tempo.

O equacionamento da solução analítica proposta foi implementado em um código no programa *Wolfram Mathematica 12.3* para elaboração de gráficos da evolução temporal da lâmina de escoamento superficial acumulado. O cenário definido como condição padrão é apresentado na Tabela 1.

Tabela 1. Condição padrão adotada na avaliação do modelo.

Intensidade da precipitação	60 mm/h
Duração da precipitação	60 min
Comprimento do talude	10 m
Inclinação do talude	1/100 m/m
Coefficiente de rugosidade de Manning*	0,020 s m ^{-1/3}
Condutividade hidráulica saturada do solo**	8,2 10 ⁻⁷ m/s
Teor de umidade volumétrica saturado**	41%
Teor de umidade volumétrica residual**	4%
Parâmetro hidráulico de ajuste**	0,3 kPa ⁻¹

*Canais de terra, retilíneos e uniformes em boas condições (Neves, 1960);

**Parâmetros adotados por Cavalcante e Zornberg (2017).



Foram realizadas análises paramétricas para observação da influência das variáveis do modelo proposto no comportamento da lâmina de escoamento superficial acumulado. Em cada análise paramétrica, o parâmetro de interesse foi variado em três valores diferentes enquanto os demais parâmetros foram mantidos na condição padrão:

- A. Intensidade da precipitação (p): 30 mm/h; 60 mm/h; 90 mm/h.
- B. Duração da precipitação (t_p): 30 min; 45 min; 60 min.
- C. Comprimento do talude (L): 5 m; 10 m; 15 m.
- D. Inclinação do talude (J): 1%; 5%; 10%.
- E. Condutividade hidráulica saturada (k_s): $8,2 \cdot 10^{-7}$ m/s; $8,2 \cdot 10^{-8}$ m/s; $8,2 \cdot 10^{-9}$ m/s.

4 Desenvolvimento matemático

4.1 Acoplamento do modelo de Cavalcante-Zornberg ao modelo de Green-Ampt-Mein-Larson

O mecanismo de excesso de infiltração (Horton, 1933) estabelece que a precipitação efetiva p_e corresponde à diferença entre a intensidade de precipitação p e a taxa de infiltração f .

$$p_e(t) = p - f(t) \quad (1)$$

No modelo de Green-Ampt modificado por Mein-Larson (1973), a taxa de infiltração f é dividida em dois estágios: antes e após o estabelecimento da condição de empoçamento.

$$f(t) = \begin{cases} p & ; t \leq t_p \\ k_s \left[\frac{\psi_f (\theta_s - \theta_i)}{F(t)} + 1 \right] & ; t > t_p \end{cases} \quad (2)$$

A formulação da sucção mátrica na frente de umedecimento ψ_f foi descrita por Mein e Farrell (1974):

$$\psi_f = -\frac{1}{k_s} \int_{\psi_i}^0 k(\psi) d\psi \quad (3)$$

No modelo constitutivo de Cavalcante-Zornberg (2017), a função de condutividade hidráulica não saturada k para um modelo log-linear é dada por:

$$k(\psi) = k_s \exp(-\delta|\psi|) \quad (4)$$

Substituindo a Eq. 4 na Eq. 3, é obtida a sucção mátrica na frente de umedecimento ψ_f como:

$$\psi_f = \frac{1 - \exp(-\delta\psi_i)}{\delta} \quad (5)$$

Portanto, o acoplamento é concluído substituindo a Eq. 5 na Eq. 2 após o tempo de empoçamento t_p .

4.2 Desenvolvimento da solução analítica do escoamento superficial

Aproximando o escoamento superficial gerado pelo modelo de onda cinemática (Tao *et al.*, 2018):

$$\frac{\partial Q(z,t)}{\partial z} + \frac{\partial h(z,t)}{\partial t} = p_e(t) \quad (6)$$



A descarga unitária Q pode ser descrita no regime de fluxo de transição como:

$$Q(z, t) = \frac{J^{1/2}}{n} h(z, t)^2 = \alpha h(z, t)^2 \quad (7)$$

Assumindo a taxa de variação da descarga unitária no espaço como constante (Agnese *et al.*, 2001; Tao *et al.*, 2018), a descarga unitária Q pode ser expressa em função da descarga por unidade de área q :

$$Q(z, t) = q(t)z \quad (8)$$

Igualando a Eq. 7 e a Eq. 8, tem-se a lâmina de escoamento superficial h :

$$h(z, t) = \left(\frac{z}{\alpha} q(t) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

Derivando a Eq. 9 no tempo, obtém-se:

$$\frac{\partial h(z, t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \left(\frac{z}{\alpha} \right)^{1/2} q(t)^{-1/2} \frac{dq(t)}{dt} \quad (10)$$

Substituindo a Eq. 8 e a Eq. 10 na Eq. 6, integrando em z de zero a L e considerando precipitação efetiva p_e constante, tem-se:

$$dt = \frac{1}{3} \frac{q(t)^{-1/2}}{p_e(t) - q(t)} \left(\frac{L}{\alpha} \right)^{1/2} dq(t) \quad (11)$$

4.3 Estágio de ascensão da solução analítica do escoamento superficial

Integrando o lado esquerdo da Eq. 11 do tempo de empoçamento t_p até um tempo t inferior à duração da precipitação t_s e o lado direito em relação à descarga por unidade de área q :

$$q(t) = \tanh^2 \left(\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} (t - t_p) \right) p_e(t) \quad (12)$$

Integrando a descarga por unidade de área no tempo, tem-se o escoamento superficial acumulado R :

$$R(t) = p_e(t)(t - t_p) - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{p_e(t)L}{\alpha}} \tanh \left(\frac{3}{2} (t - t_p) \sqrt{\frac{p_e(t)\alpha}{L}} \right) \quad (13)$$

4.4 Estágio de recessão da solução analítica do escoamento superficial

Após a precipitação, o escoamento superficial cessa ($p_e = 0$). Integrando o lado esquerdo da Eq. 11 da duração da precipitação t_s até um tempo t e o lado direito em relação à descarga por unidade de área q nesta condição:

$$q_r(t) = q(t_s) \left(1 + \frac{3}{2} (t - t_s) \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} \right)^{-2} \quad (14)$$



Integrando a descarga por unidade de área no tempo, tem-se o escoamento superficial acumulado R_r :

$$R_r(t) = p_e(t_s)(t_s - t_p) - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{p_e(t_s)L}{\alpha}} \tanh\left(\frac{3}{2}(t_s - t_p) \sqrt{\frac{p_e(t_s)\alpha}{L}}\right) + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{q(t_s)L}{\alpha}} - \frac{\frac{4}{9} \sqrt{\frac{q(t_s)L}{\alpha}}}{\frac{2}{3} + \sqrt{\frac{q(t_s)\alpha}{L}}(t - t_s)} \quad (15)$$

5 Resultados e análises

Na Figura 1, é apresentada a simulação da lâmina de escoamento superficial acumulado variando a intensidade de precipitação.

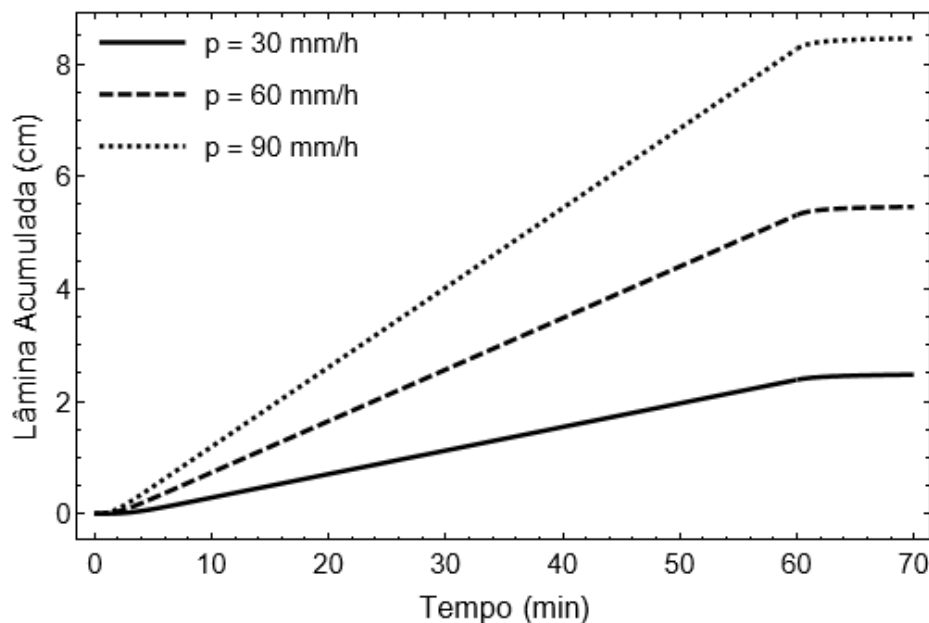


Figura 1. Evolução temporal da lâmina acumulada para diferentes intensidades de precipitação.

O modelo é capaz de demonstrar que a ocorrência de escoamento superficial não coincide com o início do evento de precipitação, quando ocorre apenas infiltração, e que a geração de escoamento superficial cessa após o término da chuva (aos 60 minutos), quando há o estabelecimento de um patamar de lâmina de escoamento superficial acumulado.

Fica demonstrado como o aumento da intensidade de precipitação acelera a geração de escoamento superficial: uma lâmina acumulada de 0,2 cm é atingida em 3 minutos com a intensidade de precipitação de 90 mm/h, em 4 minutos com 60 mm/h e em 8 minutos com 30 mm/h. Após 60 minutos, a intensidade de precipitação de 30 mm/h produz uma lâmina acumulada de 2,5 cm, a intensidade de precipitação de 60 mm/h produz uma lâmina acumulada de 5,5 cm e a intensidade de precipitação de 90 mm/h produz uma lâmina acumulada de 8,5 cm. Portanto, cada incremento de 30 mm/h na intensidade de precipitação aumentou a lâmina de escoamento superficial acumulado após 60 minutos em 3,0 cm, como esperado.

Na Figura 2, é apresentada a variação da lâmina de escoamento superficial acumulado de acordo com a duração da precipitação.

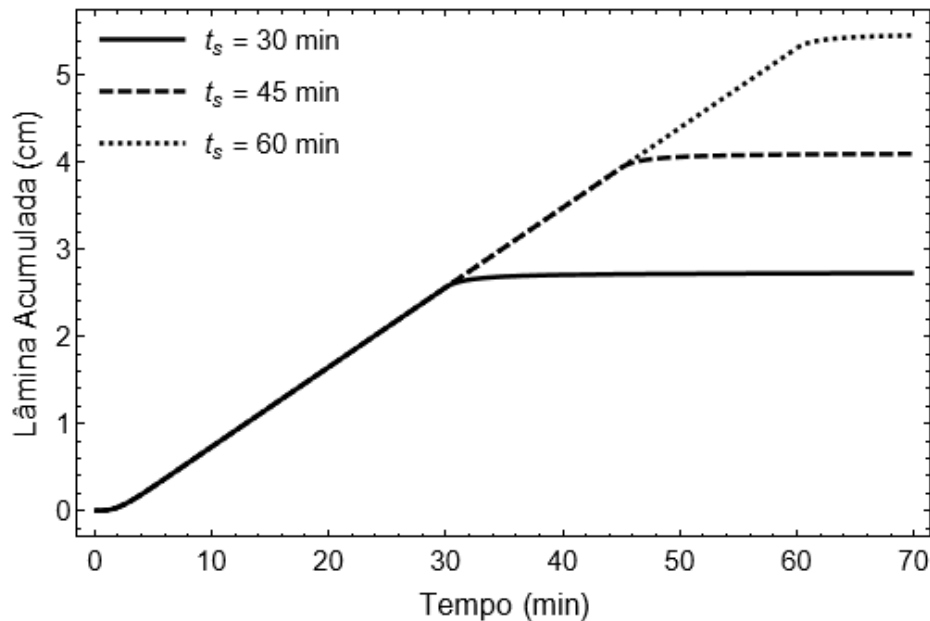


Figura 2. Evolução temporal da lâmina acumulada para diferentes durações de precipitação.

Novamente, fica demonstrado que a geração de escoamento superficial não é instantânea e que é interrompida com o término da chuva. A intensidade de precipitação de 60 mm/h produz uma lâmina acumulada de 2,7 cm após 30 minutos, uma lâmina acumulada de 4,1 cm após 45 minutos e uma lâmina acumulada de 5,5 cm após 60 minutos. Portanto, cada incremento de 15 minutos na duração da precipitação aumentou a lâmina de escoamento superficial acumulado em 1,4 cm.

Na Figura 3, é apresentada a simulação da lâmina de escoamento superficial acumulado variando o comprimento do talude.

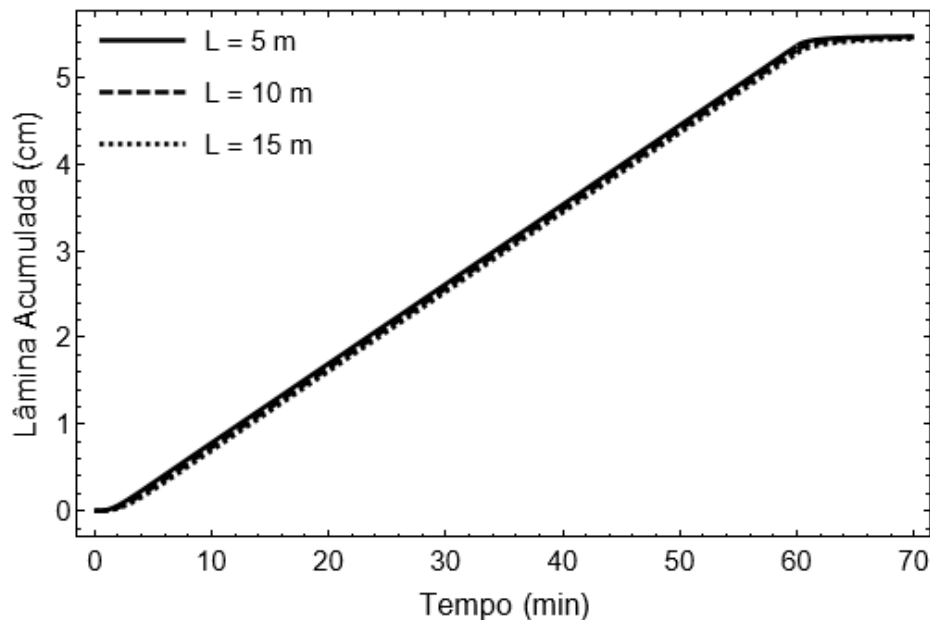


Figura 3. Evolução temporal da lâmina acumulada para diferentes comprimentos de talude.

Comparando os casos extremos avaliados, o aumento do comprimento do talude em 10 metros proporcionou uma redução de apenas 1 mm na lâmina de escoamento superficial acumulado para um mesmo tempo durante a ocorrência da chuva. Portanto, a variação do comprimento do talude no cenário avaliado não produziu um impacto significativo, pois a convergência ao patamar de lâmina de escoamento superficial acumulado é estabelecida em menos de 10 minutos após o término da chuva.



Na Figura 4, é apresentada a variação da lâmina de escoamento superficial acumulado de acordo com a inclinação do talude.

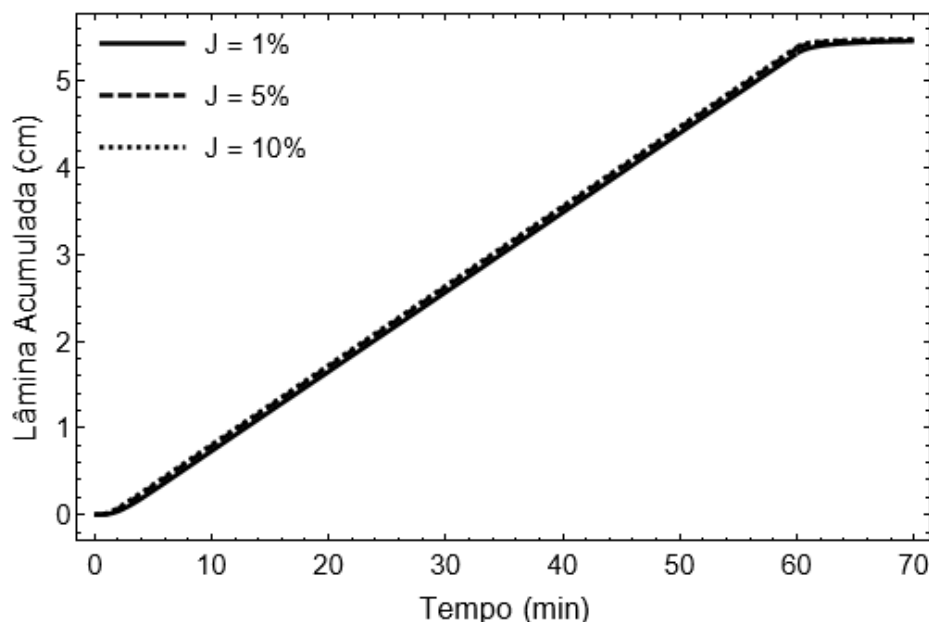


Figura 4. Evolução temporal da lâmina acumulada para diferentes inclinações de talude.

A variação da inclinação do talude não proporcionou diferenças significativas no escoamento superficial acumulado. O aumento da inclinação do talude de 1% para 5% resultou em um aumento de menos de 1 mm na lâmina de escoamento superficial acumulado para um mesmo tempo durante a ocorrência da chuva. As curvas de 5% e 10% de inclinação ficaram praticamente sobrepostas. O patamar de lâmina de escoamento superficial acumulado também é estabelecido em menos de 10 minutos após o término da chuva.

Comparando as Figuras 3 e 4 com as Figuras 1 e 2, fica comprovado que o escoamento superficial acumulado possui sensibilidade atrelada às condições de precipitação (intensidade e duração), e não às condições geométricas do talude.

Na Figura 5, é apresentada a simulação da lâmina de escoamento superficial acumulado variando a condutividade hidráulica saturada do solo.

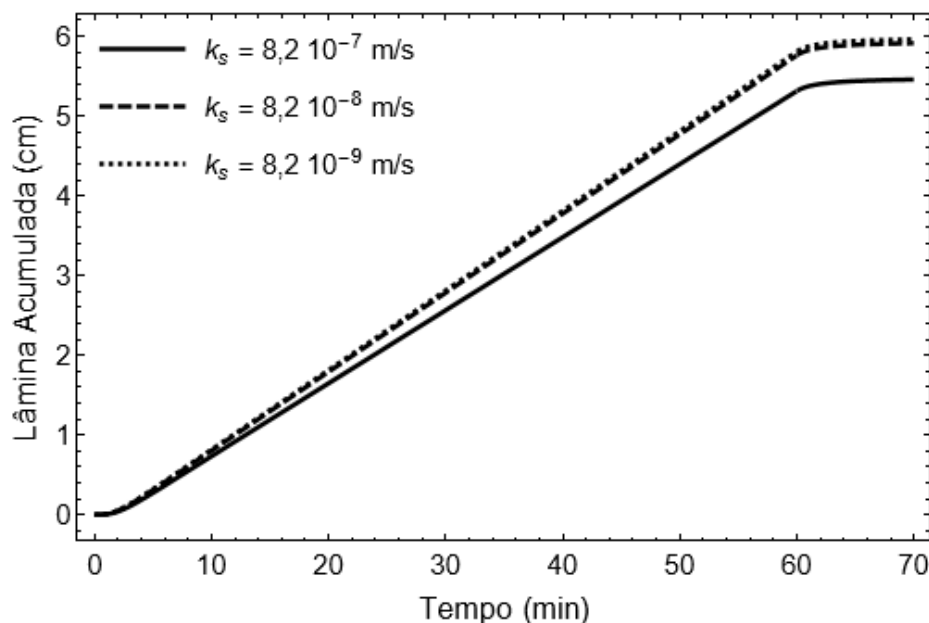


Figura 5. Evolução temporal da lâmina acumulada para diferentes permeabilidades de solo.



As curvas da lâmina de escoamento superficial acumulado do solo menos permeável e do solo intermediário praticamente coincidem, enquanto a maior capacidade de infiltração do solo mais permeável é refletida em uma curva com menor inclinação. Após 60 minutos, a intensidade de precipitação de 60 mm/h produz uma lâmina acumulada de 5,5 cm no solo mais permeável, uma lâmina acumulada de 5,9 cm no solo intermediário e uma lâmina acumulada de 6,0 cm no solo menos permeável.

6 Conclusão/Comentários finais

O escoamento superficial gerado por um evento de precipitação é um dado de entrada para estimativa do volume de partículas desprendidas por erosão hídrica em bordas de reservatórios. O modelo proposto é capaz de representar adequadamente o fenômeno do escoamento superficial em um talude, podendo ser empregado na validação de ensaios de laboratório realizados para avaliação da erodibilidade. Foi observado o impacto da intensidade de precipitação no início da formação do escoamento superficial e a pouca influência das condições geométricas do talude no processo. Na condição padrão simulada, a lâmina acumulada do solo menos permeável teve 0,5 cm a mais que a lâmina acumulada do solo mais permeável. Para trabalhos futuros, sugere-se a extensão do modelo à condição de precipitação com intensidade variável e a aplicação do modelo para estimativa do volume de partículas de solo desprendidas por erosão laminar.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem Furnas Centrais Elétricas S.A. pelo apoio à realização deste artigo por meio do Projeto de Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação intitulado “Modelagem em Diversas Escalas da Geração de Sedimentos em Erosões e o Aporte em Reservatórios de UHEs”, processo ANEEL 0394-1705/2017, e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (Projetos CNPq 435962/2018-3 e 305484/20202-6; Bolsas CNPq 131021/2020-6 e 140923/2020-9).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agnese, C., Baiamonte, G., Corrao, C. (2001) A simple model of hillslope response for overland flow generation. *Hydrological processes*, 15 (17), p.3225-3238.
- Baiamonte, G., Agnese, C. (2010) An analytical solution of kinematic wave equations for overland flow under Green-Ampt infiltration. *Journal of Agricultural Engineering*, 41 (1), p.41-48.
- Cavalcante, A.L.B., Zornberg, J.G. (2017) Efficient approach to solving transient unsaturated flow problems. I: Analytical solutions. *International Journal of Geomechanics*, 17 (7), 04017013.
- Govindaraju, R.S. (1998) Effective erosion parameters for slopes with spatially varying properties. *Journal of irrigation and drainage engineering*, 124 (2), p.81-88.
- Green, W.H., Ampt, G.A. (1911) Studies on Soil Physics. *The Journal of Agricultural Science*, 4 (1), p.1-24.
- Horton, R.E. (1933) The role of infiltration in the hydrologic cycle. *Transactions American Geophysical Union*, 14 (1), p.446-460.
- Horton, R.E. (1938) The interpretation and application of runoff plane experiments with reference to soil erosion problems. *Soil Science Society of America Journal*, 1, p.401-437.
- Mein, R.G., Farrell, D.A. (1974) Determination of wetting front suction in the Green-Ampt equation. *Soil Science Society of America Journal*, 38 (6), p.872-876.
- Mein, R.G., Larson, C.L. (1973) Modeling infiltration during a steady rain. *Water resources research*, 9 (2), p.384-394.
- Neves, E.T. (1960) *Curso de Hidráulica*, Editora Globo, Porto Alegre, 577 p.
- Singh, V.P. (2002) Is hydrology kinematic?. *Hydrological processes*, 16 (3), p.667-716.
- Tao, W., Wang, Q., Lin, H. (2018) An approximate analytical solution for describing surface runoff and sediment transport over hillslope. *Journal of Hydrology*, 558, p.496-508.