

Análise numérica e experimental de vigas de concreto reforçado com barras e fibras de aço

MARCELA GIMENES – DOUTORANDA, MARCELA.GIMENES@UNESP.BR; OSVALDO L. MANZOLI – PROF. CARLOS E. JAVARONI – PROF. DR.; EDUARDO A. RODRIGUES – PÓS-DOUT., UNESP

R E S U M O

Para avaliar a contribuição das fibras no comportamento mecânico do concreto reforçado, vigas com armadura convencional e híbrida (acrescida de fibras) foram ensaiadas experimentalmente em ensaios de flexão.

Definidas as curvas experimentais, essas mesmas vigas foram ensaiadas numericamente mediante uma análise computacional baseada no Método dos Elementos Finitos, considerando explicitamente os efeitos provenientes da perda de aderência entre a fibra e o concreto. A consideração da perda de aderência é uma

característica fundamental no modelo numérico para a predição da capacidade resistente de pico e residual, bem como das deformações correspondentes.

As respostas numéricas e experimentais apresentaram uma boa compatibilidade, indicando que a técnica de modelagem pode ser aplicada na análise de estruturas de concreto fibroso. Verificou-se que além de uma ruptura mais dúctil e da diminuição na armadura longitudinal necessária, a adição de fibras também contribuiu na resistência aos esforços cortantes, podendo atuar como substituta dos estribos em vigas.

PALAVRAS-CHAVE: FIBRAS DE AÇO, ENSAIO DE FLEXÃO EM VIGAS, MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS, ADERÊNCIA.

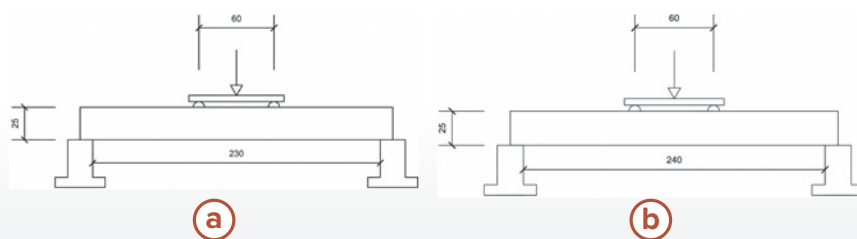
1. INTRODUÇÃO

A adição de fibras de aço no concreto resulta em um aumento significativo em sua ductilidade e resistência à tração, tornando o material uma alternativa altamente eficaz para aplicação em pavimentos rígidos, pisos industriais, concreto projetado em túneis, contenção de encostas, reforço estrutural, etc. Esse tipo de reforço se destaca por sua execução relativamente simples, uma vez que as fibras

são apenas misturadas à massa de concreto para que se obtenha um reforço homogêneo em toda a seção transversal. Por outro lado, como grande parte dessas aplicações pode ocorrer em estruturas um tanto quanto complexas, a realização de ensaios experimentais para verificação do comportamento estrutural pode ser inviável, sendo que sua predição mediante o emprego de técnicas de simulação numérica [1-3] tem se mostrado bastante confiável e tema de interesse no meio científico.

Além de sua utilização como um reforço adicional às armaduras longitudinais, alguns estudos avaliam a substituição total das armaduras transversais na forma de estribos pelas fibras de aço, sugerindo que uma fração volumétrica de 0,75% de fibra de aço com dobras nas extremidades seria suficiente para substituir os estribos da armadura transversal mínima no caso das vigas [4-5]. Tais comprovações teriam impacto muito grande no projeto e, principalmente, no aspecto executivo das estruturas de concreto, representando mais uma entre as numerosas vantagens do material.

Em grande parte dos estudos experimentais e numéricos acerca da aplicação de fibras de aço como reforço estrutural para concreto, observa-se que o principal mecanismo de falha que ocorre na ruptura é o deslizamento relativo da fibra na matriz de concreto [1-2][6], indicando que a falha é induzida pela perda de aderência entre reforço e concreto. Desta forma, o modelo numérico adotado neste estudo



► **Figura 1**

Detalhamento característico das vigas (a) V1 e V2 e (b) V3 e V4 (em centímetros)

prevê essa perda de aderência com a introdução de parâmetros devidamente calibrados. Uma das formas de calibragem é a partir dos dados do ensaio EN 14651 [7], que consiste na aplicação de carga transversal centralizada e tem padronização bem definida, representando uma forma viável de caracterizar o concreto fibroso.

Os parâmetros de aderência têm seus valores expressos em termos de tensões de cisalhamento oriundas do deslocamento relativo entre uma fibra e a matriz confinante, sendo que a região compreendida pelos “ganchos” na extremidade da fibra apresenta valores maiores de aderência [8][2]. Ressalta-se que um fator específico e muito importante para a indústria da fibra que exerce influência na interação do reforço com o concreto é o fator de forma, que é sua relação comprimento/diâmetro [9]. Consequentemente, os parâmetros de aderência devem ser obtidos por análise de convergência para cada fator de forma da fibra avaliada.

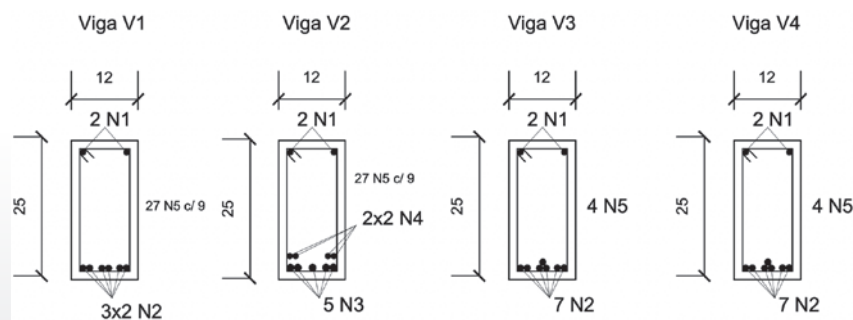
Diante do exposto, foram ensaiadas experimental e numericamente 4 vigas com diferentes taxas de armaduras e adição de fibras. As análises realizadas possibilitam avaliar a aplicação do modelo para prever os diferentes modos de falha em estruturas com reforço convencional ou híbrido e obter melhor entendimento sobre a contribuição da fibra como reforço transversal.

2. DESENVOLVIMENTO

O estudo desenvolvido compreende as seguintes etapas de análise: ensaio experimental de vigas com variadas taxas de armadura sem e com reforço de fibra; e simulação destas vigas numericamente. Estas etapas são descritas mais detalhadamente a seguir.

2.1 Análise experimental

Considerou-se o ensaio de flexão simples para a caracterização do comportamento mecânico das vigas do estudo. Todos os ensaios foram realizados nas instalações do Laboratório de Materiais de Construção Civil da Faculdade de Engenharia de



► Figura 2

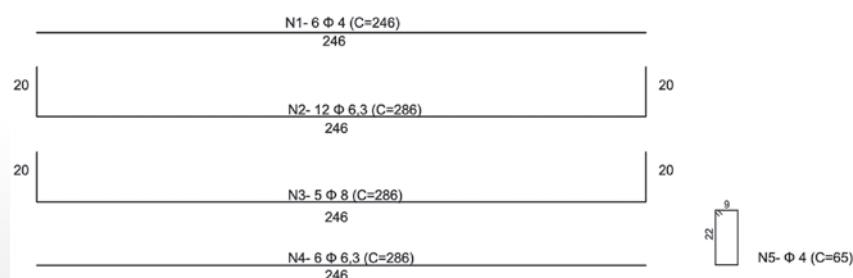
Disposição da armadura nas vigas V1 a V4 (em centímetros)

Bauru. Para isso, um total de 4 vigas biapoiadas foram submetidas à flexão a quatro pontos, sendo que duas delas têm vãos livres de 2,3 m (vigas V1 e V2) e as outras duas têm 2,4 m (vigas V3 e V4). A carga do ensaio foi aplicada utilizando um cilindro hidráulico com capacidade de 200 kN (20 tf), posicionado na face inferior de uma viga de reação. A viga se desloca verticalmente em um pórtico com fundações profundas projetado para essa finalidade. Com uma bomba manual foram aplicados acréscimos de carga da ordem de 500 N, cuja leitura foi realizada por uma célula de carga acoplada na base do cilindro. Já, as deformações foram obtidas via *strain-gages* instalados nas barras de aço e os deslocamentos foram lidos por transdutores de deslocamento (LVDT), posicionados na face inferior da viga.

Para a realização do ensaio experimental estático de vigas, foram mol-

dadas no total 4 vigas com dimensões de 0,12 metros de altura, 0,25 metros de largura e 2,50 metros de comprimento. Cada viga recebeu uma taxa de armadura diferente, podendo ser do tipo convencional ou ainda armadura híbrida (com adição de fibras de aço). As diferentes vinculações adotadas no ensaio, bem como a configuração do carregamento característico de cada viga são representadas na Figura 1. O detalhamento das armaduras nas seções transversais e as barras de aço utilizadas estão representados nas Figuras 2 e 3. A Tabela 1 resume os tipos e áreas de armadura, bem como a dosagem de fibra adicionada nas vigas de armadura híbrida.

O concreto utilizado para concretar as vigas foi misturado no próprio laboratório de materiais da Faculdade de Engenharia de Bauru, sendo que o corpo de prova ensaiado à compressão resultou em um de 32 MPa. A partir



► Figura 3

Detalhamento das barras de aço utilizadas no ensaio

► **Tabela 1**

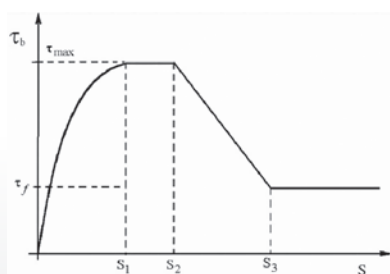
Áreas e dosagens de armaduras das vigas V1, V2, V3 e V4

Viga	Armadura longitudinal positiva (cm ²)	Armadura longitudinal negativa (cm ²)	Armadura transversal (cm ² /m)	Fibras (kg/m ³)
Viga V1	1,87	0,25	2,78	—
Viga V2	3,76	0,25	2,78	—
Viga V3	2,18	0,25	—	—
Viga V4	2,18	0,25	—	13,3

desse valor, foi possível estimar a resistência à tração e módulo de elasticidade do concreto. O aço que se utilizou para a construção das armaduras em todas as vigas foram vergalhões CA-50. Essas barras passaram por um ensaio de tração em laboratório, apresentando tensão de escoamento de 600 MPa. As fibras adicionadas foram do tipo Dramix 80/60, confeccionada no Brasil pelo grupo Arcelor Mittal. Trata-se de uma fibra classificada como A-I (tipo A – ancoragem nas extremidades; classe I – oriunda de arame trefilado a frio) segundo a norma ABNT NBR 15530:2019 [10]. Essa fibra possui comprimento de 60 mm, diâmetro 0,75 mm, fator de forma () igual a 80, resistência à tração de 1.25 MPa e módulo de Young 210 GPa.

2.2 Análise numérica

A representação geral do problema ocorre por um software *in house* baseado no Método dos Elementos Finitos



► **Figura 4**

Curva característica do modelo de aderência do *fib model code* 2010 [8]

(MEF), sendo que a matriz de concreto é discretizada em elementos bidimensionais triangulares, as fibras são inseridas aleatoriamente na forma de elementos unifilares e, posteriormente, ocorre a introdução de elementos especiais de acoplamento, que compatibilizam o deslocamento da fibra e da matriz cimentícia [1].

O modelo de dano associado às análises [11] considera duas variáveis de dano distintas para o concreto quando submetido à tração e à compressão. A principal equação usada no modelo de dano empregado para representar o processo de degradação do concreto é:

$$[1] \quad \sigma = (1 - d^+) \bar{\sigma}^+ + (1 - d^-) \bar{\sigma}^-$$

Onde σ é o tensor de tensões aparentes, $\bar{\sigma}^+$ e $\bar{\sigma}^-$ são as respectivas componentes positivas e negativas do tensor de tensões efetivas, $0 \leq d^+ \leq 1$ é a variável de dano associada à tração e $0 \leq d^- \leq 1$ é a variável de dano associada à compressão.

Além disso, para as barras de aço, foi utilizado um modelo constitutivo de dano perfeito, ou seja, uma vez que a resistência ao escoamento é atingida, forma-se um patamar de escoamento. Além do mais, adotou-se uma aderência perfeita entre as barras de aço e o concreto.

Sendo conhecidos ou facilmente determináveis os parâmetros referentes à geometria e resistência das fibras de aço e do concreto, resta apenas a introdução da aderência entre os dois materiais para a execução do modelo, tornando esse o parâmetro de maior importância na técnica de simulação. A perda de aderência entre o reforço e o concreto pode ser estimada por um

modelo análogo ao proposto pelo *fib Model Code* 2010 [8] para armadura convencional, com resultados obtidos a partir de ensaios de arrancamento. A Figura 4 contém a curva representativa desse comportamento que relaciona a tensão de cisalhamento (τ) com deslocamento relativo entre os elementos (S).

Tais parâmetros são obtidos por análise de convergência e são propriedades atribuídas ao elemento de acoplamento [1], cujos nós localizam-se na interseção de elementos de concreto e de fibra. Sua introdução viabiliza a compatibilização de duas malhas independentes (Figura 5) e representa o fenômeno de perda de aderência entre elas à medida que a tensão aumenta. Considera-se um acoplamento não rígido entre duas malhas não correspondentes, permitindo a ocorrência de deslocamentos relativos (perda de aderência) entre o concreto e as fibras durante o processo de carregamento.

As Equações 2 a 5 descrevem os trechos da curva do modelo de perda de aderência:

$$[2] \quad \tau = \tau_{\max} \left(\frac{S}{S_1} \right)^\alpha \quad \text{caso } 0 \leq S \leq S_1$$

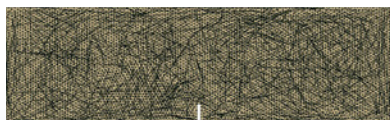
$$[3] \quad \tau_{\max} \quad \text{caso } S_1 \leq S \leq S_2$$

$$[4] \quad \tau_{\max} - \frac{(\tau_{\max} - \tau_f)(S - S_2)}{(S_2 - S_3)} \quad \text{caso } S_2 \leq S \leq S_3$$

$$[5] \quad \tau_f \quad \text{caso } S \geq S_3$$

No intervalo $[0, S_1]$, ocorre crescimento exponencial de ordem α até que a tensão máxima $\tau_{\max}$ seja atingida. Em $[S_1, S_2]$, a tensão permanece fixa em $\tau_{\max}$. Já em $[S_2, S_3]$, tem-se uma continuidade da perda de aderência, até que, em $S \geq S_3$, tem-se τ_f como o valor de tensão de cisalhamento residual.

Para a correta representação das propriedades do concreto reforçado por fibras (CRF), a obtenção dos parâmetros de aderência pode ser feita por meio dos resultados do ensaio descrito na norma EN 14651 [7], que determina a resistência flexural a partir da curva de carga por abertura de fissura ou curva

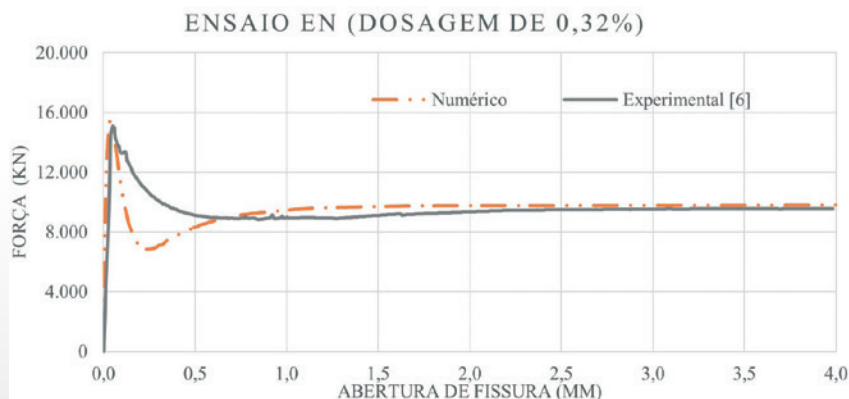


► **Figura 5**
Ilustração do espécimen discretizado com 0,32% de volume de reforço de fibra

de carga-deflexão obtida pela aplicação de uma carga de ponto central num mecanismo entalhado simplesmente suportado (Figura 5). As dimensões são $150 \times 150 \times 550 \text{ mm}^3$, com vão de ensaio de 500 mm.

Assim, o ensaio experimental [6] de um concreto de 30 MPa reforçado com baixos teores de fibra nas dosagens de 15, 25 e 35 kg/m^3 (correspondentes a 0,19, 0,32 e 0,45% em volume, respectivamente), com fibra Dramix 80/60 de resistência nominal à tração de 1225 N/mm^2 , foi reproduzido computacionalmente para a calibração. Ressalta-se que a escolha da classe de resistência e do tipo de fibras usado nas vigas foi a mesma dos ensaios de caracterização em prismas [6], para que, desta forma, os parâmetros de aderência adotados para as quatro vigas possam ser os mesmos da calibragem.

Quando todos os parâmetros e condições de contorno do problema são estabelecidos, define-se a estratégia de solução adotada para a análise não linear, referente ao processo incremental e ao método de



► **Figura 6**
Força por abertura de fissura com reforço de 0,32% de fibra no ensaio EN 14651

controle da resposta estrutural. Essa resposta é, então, avaliada em termos de determinação da capacidade resistente da estrutura, aumento na carga residual devido ao reforço de fibra, bem como pelos danos, fraturas e deformações causados na estrutura.

3. RESULTADOS

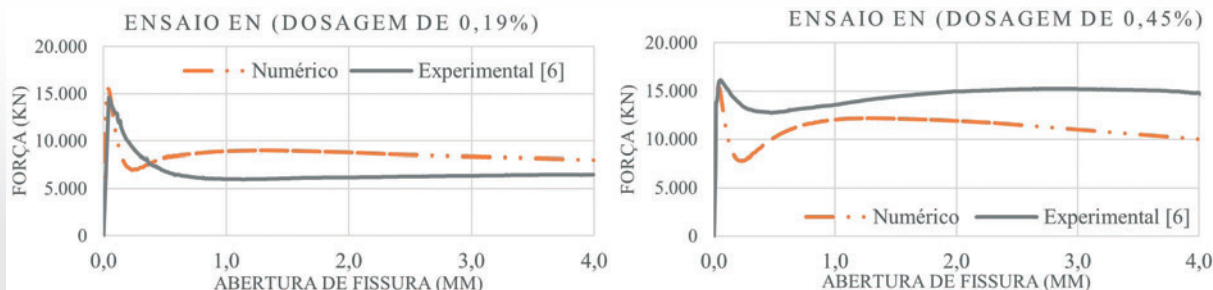
3.1 Calibragem

Conforme as etapas descritas anteriormente, a realização computacional do ensaio de caracterização em prismas gerou a curva ilustrada na Figura 6. Considerando os resultados para a dosagem intermediária (0,32%) suficientemente admissíveis,

os mesmos parâmetros de aderência utilizados nessa análise foram inseridos no modelo para as dosagens superior e inferior, como mostra a Figura 7. A correspondência para as demais

► **Tabela 2**
Parâmetros de aderência calibrados para concreto com fibras com fator de forma de 80

Parâmetro	Centro	Extremidade
S_1	0,01 mm	0,01 mm
S_2	0,01 mm	0,01 mm
S_3	7,0 mm	7,0 mm
τ_f	0,6 MPa	0,6 MPa
$\tau_{\max}$	0,6 MPa	30 MPa
α	0,4	0,4



► **Figura 7**
Força por abertura de fissura com reforço de 0,19% e 0,45% de fibra no ensaio EN 14561



(a)



(b)

► **Figura 8**

(a) surgimento de fissuras de flexão; (b) falha por flexão



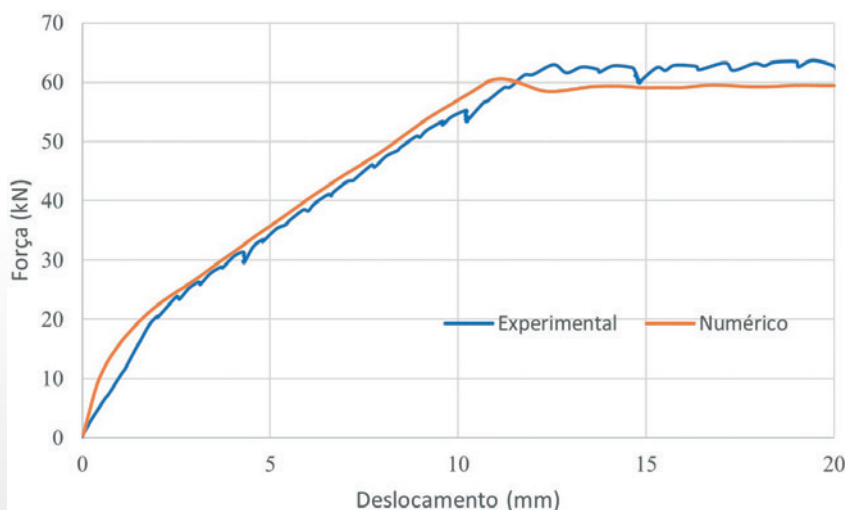
(a)



(b)

► **Figura 9**

(a) Distribuição do dano (b) contorno de deslocamentos na viga V1



► **Figura 10**

Curva de força por deslocamento obtida para a viga V1

dosagens apresentou uma precisão razoável, indicando a sensibilidade do modelo ao aumento ou diminuição do volume de fibras, principalmente na carga de pico. O comportamento residual também variou conforme a dosagem com correspondência menos precisa. A Tabela 2 contém os valores das tensões e demais variáveis internas do modelo relativas à perda de aderência [8], sendo que esses valores se encontram discriminados para a região central e periférica do elemento de fibra, onde há a presença de ganchos.

Além de servir para calibragem, essa análise preliminar demonstra o comportamento característico da inclusão de fibras, que é o aumento na resistência residual de acordo com a dosagem adotada.

Uma vez definidos os valores de aderência característicos da fibra estudada, utilizou-se o modelo para confrontar as respostas dos ensaios experimentais de cada uma das vigas a seguir.

3.2 Viga V1

Por ter sido dimensionada dentro dos domínios de deformação recomendados na norma NBR 6118:2014 [13], durante o ensaio a viga teve o comportamento esperado, havendo o escoamento da armadura e sofrendo fissuração característica de flexão até atingir a falha, como mostra a Figura 8. O pré-processo de análise numérica ocorreu a partir da inserção das condições de apoio, dos reforços e da discretização da viga em uma malha de elementos finitos triangulares de tamanho 15 mm. Após gerada a malha de elementos finitos, todos os parâmetros relativos ao concreto e ao aço foram inseridos, e avaliou-se o comportamento da viga quando submetida à força perpendicular com incremento de carga.

A partir da leitura da célula de carga e do transdutor inferior, obteve-se a curva da Figura 10, que relaciona a força aplicada ao deslocamento vertical da estrutura ensaiada em laboratório. Nessa mesma Figura,

encontra-se apresentada a curva numérica obtida. Observa-se que as respostas apresentam valores próximos para a rigidez inicial da viga e indicam a formação do patamar de escoamento, demonstrando que a viga tem sua carga limite estabelecida pelo escoamento da armadura positiva.

3.3 Viga V2

A segunda viga ensaiada teve seu reforço dimensionado com valores excessivos de armadura positiva, resultando numa viga “superarmada”. Dentro deste domínio, nota-se que a viga sofreu alguma fissuração devido à flexão e rompeu pelo mecanismo de esmagamento do concreto, como mostra a Figura 11 experimentalmente e Figura 12 numericamente. Os resultados de força aplicada por deslocamento vertical na viga V2 são apresentados na Figura 13. Ambas as respostas (experimental e numérica) demonstram que a armadura não atingiu o ponto de escoamento, como foi constatado no ensaio. Observou-se que a curva numérica teve resistência mais elevada do que a experimental, o que pode ser justificado pela simplificação adotada, visto que uma aderência perfeita foi adotada entre as barras de aço e o concreto.

3.4 Viga V3

Essa viga foi calculada sem armadura transversal e como tratava-se de uma viga não dimensionada para resistir aos esforços cortantes, rompeu de forma frágil, poucas fissuras verticais antecederam a ruptura característica de cisalhamento (Figura 14). A resposta obtida na análise numérica encontra-se na Figura 15. A força resistida pela viga V3 e o deslocamento correspondente encontram-se na curva da Figura 16.

Nota-se que o comportamento das curvas é semelhante até o deslocamento de 10mm, onde o ensaio experimental foi interrompido por incapacidade de leitura no dispositivo após a falha. Ainda assim, a simu-



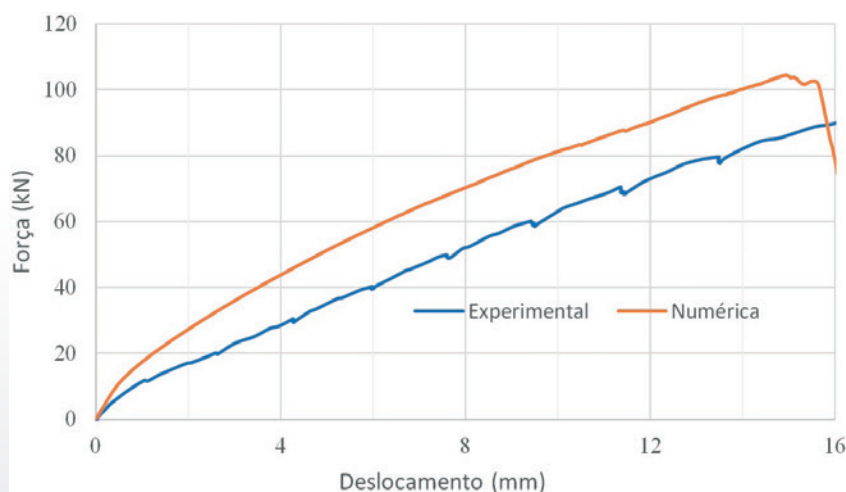
► **Figura 11**

(a) surgimento de fissuras de flexão; (b) falha por esmagamento do concreto



► **Figura 12**

Distribuição do dano na ruptura da viga V2



► **Figura 13**

Curva de força por deslocamento obtida para a viga V2

lação numérica prosseguiu apresentando o pico em 12 mm, chegando até o deslocamento de 15 mm, intervalo que representa a resposta residual. Além disso, é possível confirmar a fragilidade do mecanismo de ruptura pela queda acentuada da curva, assim como ocorreu experimentalmente. Novamente podem ser observadas diferenças entre a curva numérica e experimental justificada pela aderência perfeita adotada entre a barra de reforço convencional e o concreto.



► **Figura 14**

Ruptura na viga V3

3.5 Viga V4

Esta viga foi ensaiada em con-

dições idênticas à viga V3, inclusive quanto à área e ao posicionamen- to de todas as barras da armadura

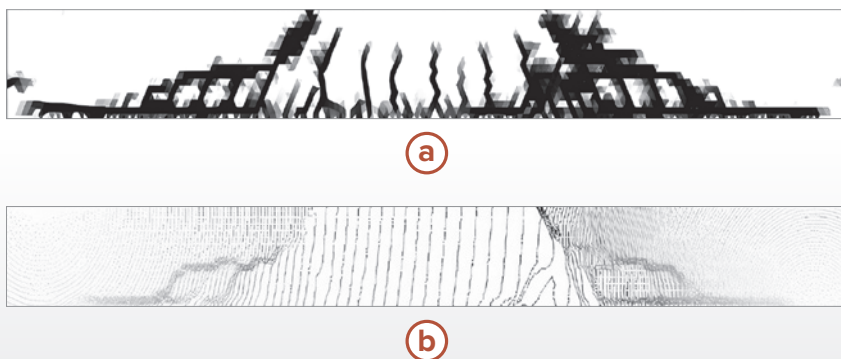
longitudinal, além de também não ter recebido armadura transversal. A única diferença em relação à viga anterior é que o concreto da viga V4 foi aditivado com fibras de aço. Ao decorrer do ensaio, observou-se a eficácia da adição de fibras em termos de ductilidade, uma vez que houve grande dissipação de energia e distribuição do dano, como pode ser visto na Figura 17.

Mesmo ao falhar, a viga ainda apresentou certo grau de integridade que foi proporcionado pelas fibras. Quanto ao comportamento das fibras nesse estágio, observou-se que elas não sofreram ruptura ou mesmo escoamento, mas permaneceram íntegras. Falharam a partir do deslizamento relativo ocasionado pela perda de aderência entre os materiais e consequente “desmanche” dos ganchos em suas extremidades. A Figura 18 mostra o detalhe da distribuição de fissuras ao longo da região central do vão, bem como o estado final de deformação das fibras nessa mesma região.

A fase de pré-processamento de análise da viga V4 possuiu uma etapa a mais em comparação às demais, já que recebeu fibras misturadas ao concreto, como mostra a Figura 19. Como em todas as análises anteriores do estudo, as fibras foram geradas aleatoriamente sobre a malha de elementos finitos de concreto e posteriormente compatibilizadas, a partir da introdução dos valores de aderência obtidos na análise numérica do ensaio EN [7]. Devido à adição de fibras, observa-se uma distribuição de dano mais difusa, característica da alta ductilidade.

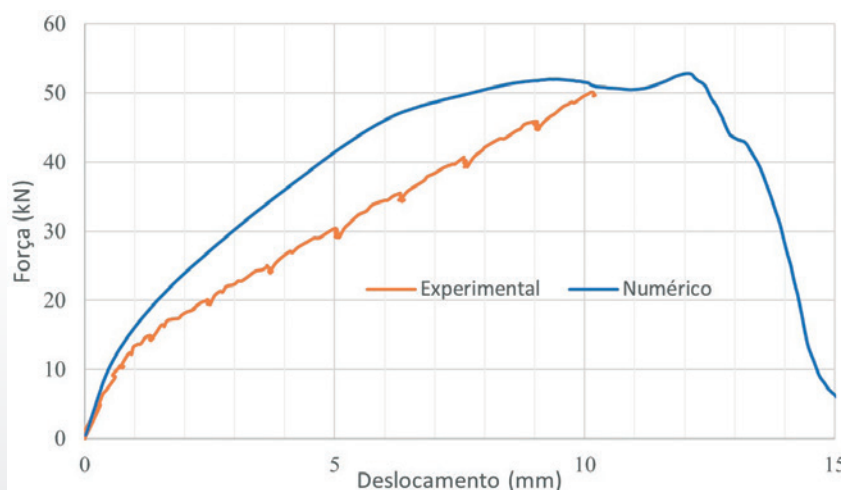
A Figura 20 contém as curvas de força por deslocamento obtidas nas análises experimental e numérica. A curva numérica reproduziu bem os resultados experimentais. Observa-se que entre 20 mm e 25 mm de deslocamento ocorre uma queda localizada que pode ser justificada pela perda de aderência de múltiplas fibras localizadas nas regiões de propagação de fraturas.

Finalmente, na Figura 21, são



► Figura 15

(a) Distribuição do dano (b) contorno dos deslocamentos na viga V3



► Figura 16

Curva de força por deslocamento obtida para a viga V3



► Figura 17

Fissuração na viga V4



► Figura 18

Detalhe das fibras na condição de falha

comparadas as respostas das curvas V3 e V4, as quais foram ensaiadas em condições idênticas, com a diferença que a viga V4 contava com reforço de fibras. Para a dosagem utilizada, o ganho proporcionado pela adição de fibras fica evidente, sendo que a carga de pico aumenta cerca de 53%. Além disso, uma quantidade maior de energia foi dissipada na viga V4, proporcionada pela adição de fibras de aço, a qual contribui para uma melhor distribuição das fissuras.

4. CONCLUSÕES

As conclusões obtidas nesse estudo permitem avaliar a estratégia de modelagem desenvolvida para o concreto com reforço convencional e fibroso, assim como obter respostas valiosas acerca dos efeitos proporcionados pela inclusão de fibras de aço no concreto.

A boa concordância entre as respostas mecânicas experimentais e numéricas obtida indica a eficiência da técnica de modelagem empregada quanto à representação de reforços híbridos.

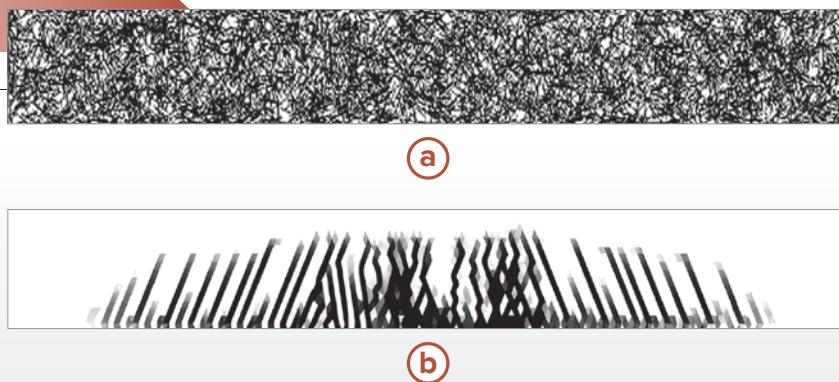
Desta forma, tem-se uma ferramenta numérica capaz de prever o desempenho estrutural do concreto fibroso, quantitativa e qualitativamente, servindo como uma alternativa para garantir maior previsibilidade no projeto de estruturas com barras e fibras de aço.

Embora algumas curvas numéricas não tenham reproduzido exatamente as respostas experimentais, em geral verificou-se que a adição de fibras proporcionou uma ruptura mais dúctil, possibilitando diminuir a taxa de armadura necessária, o que é um comportamento bastante desejável em projeto estrutural.

Além disso, a adição de fibras também contribuiu na resistência aos esforços cortantes, sugerindo que elas podem substituir parcial ou totalmente os estribos em vigas.

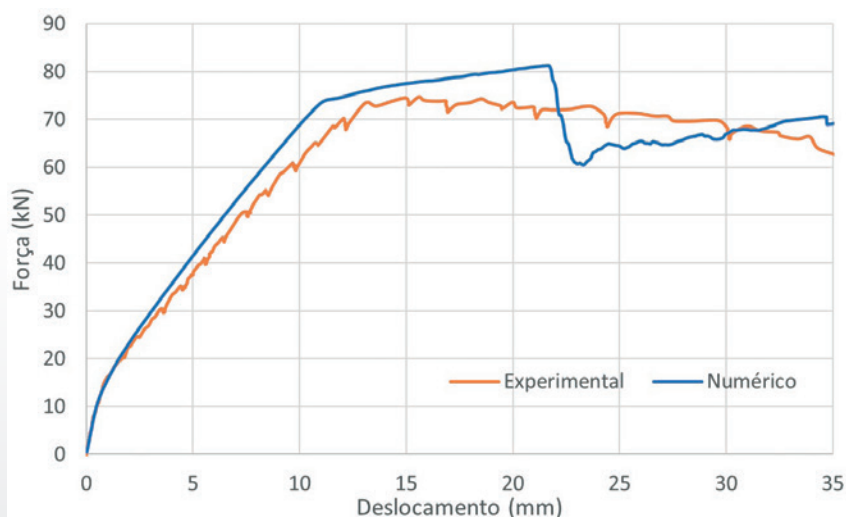
AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o auxílio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) (processo: 2015/18336-0).



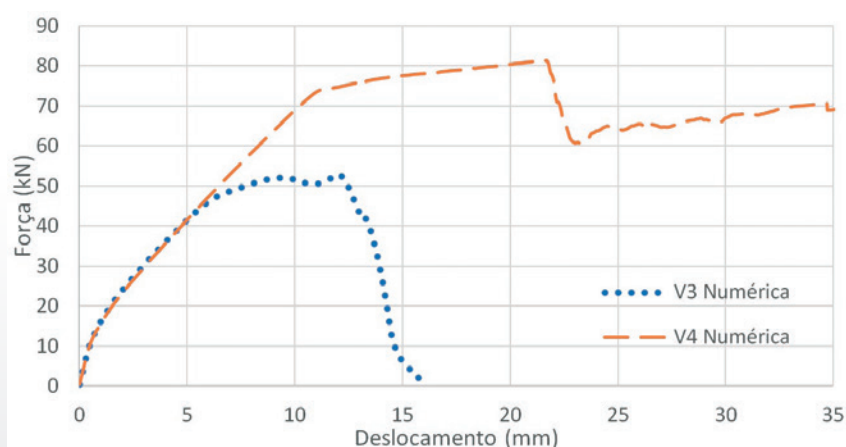
► **Figura 19**

(a) Distribuição do reforço de fibra e (b) do dano na viga v4



► **Figura 20**

Curva de força por deslocamento obtida para a viga V4



► **Figura 21**

Respostas numéricas de força por deslocamento obtidas para as vigas V3 e V4