

Capítulo 21

MODELOS CONSTITUTIVOS APLICADOS AOS SOLOS NÃO SATURADOS

Marcos Massao Futai
Francisco Chagas da Silva Filho

1. INTRODUÇÃO

Tendo em vista a grande variabilidade dos tipos de solos, maciços heterogêneos e anisotrópicos, a modelagem dos materiais geotécnicos sempre apresentou maior dificuldade do que os demais materiais estruturais. Os solos, dificilmente apresentam comportamento totalmente elástico. Além disso, a parcela de deformação elástica é pequena e por isso, a não linear é mais frequente nos casos práticos.

Os modelos constitutivos de solos têm sido desenvolvidos com o intuito de representar essas diferentes características. Não há um único modelo que consiga ser aplicado a todos tipos de solos. No caso específico dos solos não saturados, é preciso que o modelo matemático consiga representar a variação da deformabilidade e da resistência com a sucção.

Alguns assuntos e conceitos que já foram vistos em outros capítulos serão incorporados nos modelos matemáticos que serão apresentados neste capítulo. O princípio das tensões efetivas, da forma como foi proposto para solos saturados, não é totalmente válido para os solos não saturados, como será apresentado mais adiante e, por isso, os modelos constitutivos se tornam mais complexos.

Dependendo do solo, algumas características, como colapso e expansão, precisam ser consideradas para possam ser realizadas boas previsões. Conforme já apresentado em outro capítulo, grande parte dos solos não saturados do Brasil são tropicais e, por isso, os modelos desenvolvidos para outros solos nem sempre podem ser utilizados sem as devidas adaptações.

A escolha do modelo constitutivo deve se basear no comportamento do solo obtido por meio de ensaios de campo ou laboratório, como mostrado em outros capítulos deste livro. A aplicação dos modelos constitutivos, tal como na mecânica dos solos clássica, está limitada a alguns casos, cujo estado de tensões é mais simples, por isso, muitas vezes, é preciso que esses modelos estejam implementados em *softwares* de elementos finitos para realizar análises mais completas.

2. PRINCÍPIO DAS TENSÕES EFETIVAS E SUA VALIDADE

A grande diferença do comportamento dos materiais estruturais ou da mecânica clássica e da mecânica dos solos tradicional (solos saturados) é a necessidade de se considerar o solo em termos de tensão efetiva. Porém, quando o solo não está saturado, foram verificados comportamentos que invalidam o princípio das tensões efetivas. Neste item, serão, primeiramente, apresentadas as diversas propostas de extensão do princípio das tensões efetivas para solos não saturados e depois discutida sua validade. Diversas são as proposições de expressões para tensões efetivas de solos não saturados, as quais estão sumarizadas no Quadro 1.

Todas as expressões podem ser resumidas na definição de Bishop e Blight (1963). Esses autores reescreveram outra expressão, partindo da equação de Bishop (1959), dividindo-a em duas parcelas, uma devido à tensão total e outra devido às pressões nos poros:

$$\sigma' = \sigma - u_a + f(u_a - u_w) \quad (\text{Eq. 1})$$

e Matyas e Radhakrishna (1968) sugeriram que:

$$\sigma' = f(\sigma, u_a, u_w) \quad (\text{Eq. 2})$$

A expressão de Bishop e Blight (1963) foi proposta para:

- controlar o comportamento do solo,
- associar a variação do campo de tensões associada ao campo de deformações (variação de volume) e
- obater a de resistência ao cisalhamento em condição não saturada.

A aplicabilidade do princípio das tensões efetivas de Terzaghi para solos saturados está bem consolidada. Entretanto, tentativas de diversos autores (Donald, 1961; Croney *et al.*, 1958; Bishop, 1959; Lambe, 1960; Aitchinson, 1961; Jennings, 1961; Richards, 1966; Aitchinson, 1963), de formular uma equação de tensões efetivas que realmente representasse o comportamento dos solos não saturados, não tiveram sucesso total.

Quadro 1 – Expressão de tensão efetiva dos solos não saturados (Jucá, 1993)

Referência	Equação	Descrição das variáveis
Donald (1956)	$\sigma' = \sigma + p''$ (Eq. 3)	p'' = pressão intersticial da água sob tensão atmosférica;
Croney <i>et al.</i> (1958)	$\sigma' = \sigma - \beta' u_w$ (Eq. 4)	χ = parâmetro referente ao grau de saturação; u_a = pressão de ar e fase vapor;
Bishop (1959)	$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w)$ (Eq. 5)	β' = fator de influência medido de um número de ensaios da tensão efetiva que contribui para a resistência;
Lambe (1960)	$\sigma = \bar{\sigma} a_m = u_a a_a + u_w a_w + R - A$ (Eq. 6)	a_a = fração da área total de contatos ar; ψ = parâmetro que varia de zero a um;

Referência	Equação	Descrição das variáveis
Aitchison (1961)	$\sigma' = \sigma + \psi p''$ (Eq. 7)	p'' = pressão nos poros de água negativa; β = fator estático de mesmo tipo de contato de área;
Jennings (1961)	$\sigma' = \sigma + \beta p''$ (Eq. 8)	χ_m = parâmetro de tensão efetiva para sucção matricial; h_m = sucção matricial;
Richards (1966)	$\sigma' = \sigma - u_a + \chi_m (h_m + u_a) + \chi_s (h_s + u_a)$ (Eq. 9)	χ_s = parâmetro de tensão efetiva para sucção osmótica; h_s = sucção osmótica;
Aitchinson (1973)	$\sigma' = \sigma + \chi_m p''_m + \chi_s p''_s$ (Eq. 10)	p''_m = sucção matricial; p''_s = sucção osmótica.

Com base em resultados experimentais, Jennings e Burland (1962) questionaram a validade das equações de tensões efetivas para solos não saturados. O principal problema das equações de tensão efetiva é a impossibilidade de prever as variações de volume dos solos não saturados, principalmente para os fenômenos como o colapso.

Utilizando uma figura de Aitchinson e Donald (1956), Alonso *et al.* (1987) concluíram pela não validade das equações de tensões efetivas para solos não saturados. Aitchinson e Donald (1961) mostraram que a relação entre tensões efetiva intergranular e a pressão de água nos poros (baseado num modelo de capilaridade) depende da sucção e do tipo de solo, sendo essa relação linear para baixos valores de sucção.

Bishop (1961) acreditava que o estudo da pressão nos poros estava diretamente relacionado com o princípio das tensões efetivas e demonstrou que os parâmetros (das equações de Croney *et al.*, 1958; Bishop, 1959; Aitchinson, 1961; Jennings, 1961) que multiplicam a pressão nos poros são as mesmas:

$$\psi = \beta = \beta' = \chi \quad (\text{Eq. 11})$$

Alonso e Gens (1993) ilustraram a ineficiência do princípio das tensões efetivas aplicada aos solos não saturados, utilizando, para isso, resultados apresentados por Vicol (1990).

Alonso e Gens (1993) descrevem dois ensaios edométricos (Figura 1) de Vicol (1990):

- **E18** - ensaio realizado com sucção inicial de 1500 kPa, sob tensão vertical de 25 kPa, mantida sucção durante a aplicação do carregamento vertical;
- **E22** - ensaio realizado com sucção inicial de 1500 kPa, com tensão vertical de 25 kPa, reduzindo a sucção até saturar o corpo de prova e prosseguindo com o carregamento vertical. Esses ensaios são apresentados nas Figuras 1(a) e (b).

Alonso e Gens(1993) ressaltaram os seguintes pontos da análise do ensaio de Vicol (1990):

- a aplicação da sucção no ensaio E22 induziu um pré adensamento maior que 25 kPa, que pode ser visto na Figura 1b. Utilizando-se o princípio das tensões efetivas de

Bishop (1959), a tensão de pré-adensamento é menor que 1525 kPa ($\sigma' = 25 + 1500\chi$, sendo $\chi < 1$). Somando-se a sucção à tensão total, deveria retornar à tensão efetiva no ensaio E18, prevendo a condição saturada;

- as curvas E18w (em termos de tensões efetivas, $\sigma_v + s$) e E18a (em termos de tensões totais) são resultados previstos segundo a equação de Bishop (1959);
- observando-se a Figura 1(b), vê-se que uma pequena parte da curva E18 coincide com a curva na condição saturada e, em termos de tensões efetivas, esse comportamento não pode ser previsto.

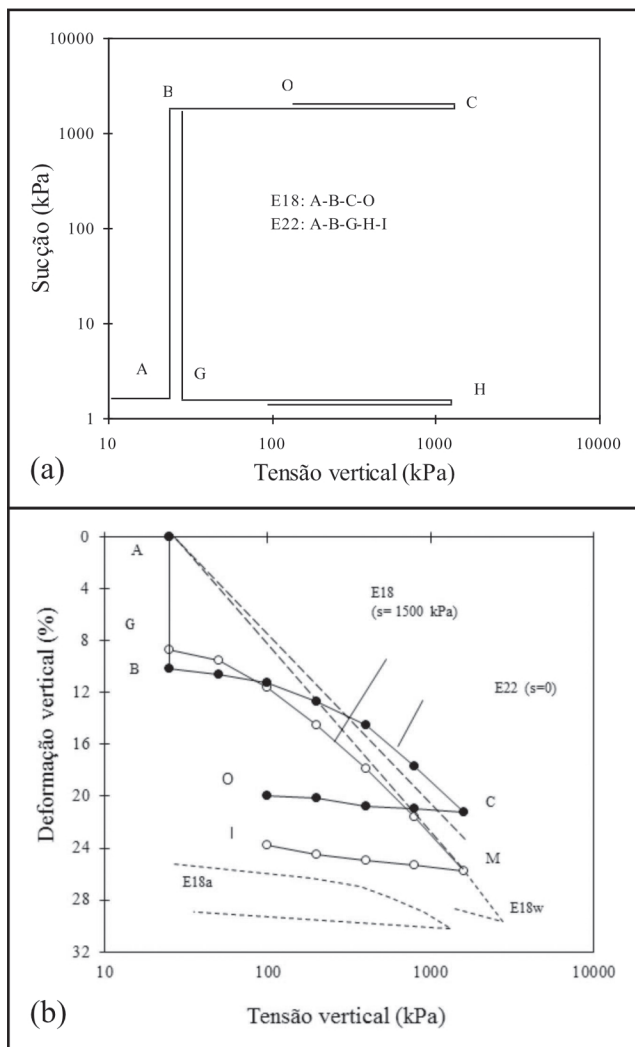


Figura 1 – Ensaios edométricos com controle de sucção realizados por Vicol, 1990 (Alonso e Gens, 1993)

3. TEORIAS PROPOSTAS PARA PREVISÃO DE COMPORTAMENTO DE SOLOS NÃO SATURADOS

Existem diversas proposições para prever o comportamento deformacional dos solos não saturados. Houve um desenvolvimento distinto na evolução conceitual e na matemática até a década de 1970 e depois dela, como será apresentado nos itens seguintes.

As primeiras propostas para previsão do comportamento dos solos não saturados seguiram o caminho de encontrar uma expressão do princípio das tensões efetivas para solos não saturados e, assim, usar os mesmos conceitos conhecidos na mecânica dos solos tradicional. Diversos autores tentaram esse feito no final da década de 50 e começo da década de 60. A expressão mais utilizada e discutida foi a de Bishop (1959). Problemas para descrever a variação de volume com a umidade dos solos não saturados inviabilizaram a aplicabilidade dessa teoria.

Houve um avanço teórico quando se considerou que a trajetória de tensões é independente da trajetória de sucção, não podendo expressar essa combinação em uma única expressão (Jennings e Burland, 1962; Bishop e Blight, 1963; Aitchinson, 1965; Brackly, 1971).

Matyas e Radhakrishna (1968) apresentaram o conceito da superfície de estado para prever ou representar o comportamento dos solos não saturados. A superfície de estado é aquela que representa a variação do grau de saturação ou volume sob dois componentes de tensões independentes (tensão média e sucção). A pressão de ar nos poros foi tomada como referência por Bishop e Donald (1961) e também por Coleman (1962).

Matyas e Radhakrishna (1968) utilizaram variáveis, denominadas parâmetros de tensão, como no caso de tensões principais e sucção:

$$p_a = \left(\frac{\sigma + 2\sigma_3}{3} - u_a \right), \text{ tensão normal média;} \quad (\text{Eq. 12})$$

$$u_c + u_a - u_w, \text{ sucção.} \quad (\text{Eq. 14})$$

Esses parâmetros são mais apropriados por representarem a tensão isotrópica, desviadora e a sucção, separando a matriz isotrópica da matriz desviadora das tensões, similar à utilizada na teoria dos estados críticos. Os resultados experimentais de Matyas e Radhakrishna (1968) eram todos de compressão hidrostática, reduzindo os parâmetros de tensão à:

$$p_a = (\sigma - u_a), \text{ tensão hidrostática;} \quad (\text{Eq. 15})$$

$$u_c = u_a - u_w, \text{ sucção.} \quad (\text{Eq. 16})$$

Esses parâmetros de tensão associados ao índice de vazios ou ao grau de saturação representam o estado de deformação ou de umedecimento dos solos não saturados. As variáveis $(\sigma - u_a)$ e $(u_a - u_w)$ também são utilizadas por Donald (1961), Coleman (1962), Fredlund e Morgenstern (1977), Fredlund (1979), Lloret e Alonso (1980,1985).

A superfície de estado introduzida por Matyas e Radhakrisna (1968) foi proposta como sendo uma superfície constitutiva, descrita como única, com independência entre as variáveis de estado.

A histerese devido à variação da sucção (curva de umedecimento e secagem devido à variação da sucção) é um grande problema para que a superfície seja única. Somado a isso, há a possibilidade de a própria curva de carregamento e descarregamento não ser a mesma, dependendo da história de tensões à qual o solo esteve submetido (Matyas e Radhakrisna, 1968).

Fredlund e Morgenstern (1977), utilizando equilíbrio de tensões de um elemento infinitesimal de solos não saturados e ensaios de variação de volume nulo, sugeriram três estados de tensões: $(\sigma - u_a)$, $(\sigma - u_w)$ e $(u_a - u_w)$, podendo-se associar: $(\sigma - u_a)$ e $(u_a - u_w)$; $(\sigma - u_w)$ e $(u_a - u_w)$ ou $(\sigma - u_a)$ e $(\sigma - u_w)$.

O estado de tensões no espaço $[\tau, (\sigma - u_a), (u_a - u_w)]$ ou (q, p, r) , mais o eixo de sucções, tem-se:

$$p = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - u_a \right) \quad (\text{Eq. 17})$$

$$q = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) \quad (\text{Eq. 18})$$

$$r = (u_a - u_w) \quad (\text{Eq. 19})$$

Coleman (1962), Fredlund (1979) e Alonso *et al.* (1988) apresentaram equações constitutivas, baseadas na teoria da elasticidade para solos não saturados. A definição dos parâmetros dos solos não saturados é pouco prática, além de ser difícil de defini-la. Os parâmetros de deformabilidade são claramente não lineares; Fredlund (1979) adota-os de forma incremental.

Uma importante contribuição para compreensão do comportamento dos solos não saturados foi dada por Alonso, Gens e Hight (1987). Esses autores apresentaram conceitos elastoplásticos e de estados críticos para solos não saturados. As formulações foram apresentadas num espaço de tensões (p, q, s) .

Alonso, Gens e Josa (1990) apresentaram a formulação matemática do modelo constitutivo elastoplástico para solos não saturados segundo os conceitos apresentados por Alonso *et al.* (1987). Esse modelo foi idealizado num espaço de quatro dimensões matemáticas:

$$p = \left(\frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3} - u_a \right), \text{ tensão normal média,} \quad (\text{Eq. 20})$$

$$q = \sigma_1 - \sigma_3, \text{ tensão desviadora,} \quad (\text{Eq. 21})$$

$$s = u_a - u_w, \text{ sucção,} \quad (\text{Eq. 22})$$

$$v = 1 + e, \text{ volume específico.} \quad (\text{Eq. 23})$$

Modificações posteriores (Balmaceda, 1991 e Josa *et al.*, 1992) possibilitaram considerar outros comportamentos quanto à variação de volume.

Wheeler e Sivakumar (1995) publicaram outra formulação de estados críticos para solos não saturados. Wheeler (1996) utilizou o volume específico de água como outra variável, utilizando um espaço matemático de cinco dimensões, sendo a variável de volume função do volume total e do volume de água. O avanço representado por esse modelo está na previsão do comportamento não drenado dos solos não saturados.

Alonso (1993) agrupa os modelos constitutivos para a previsão do comportamento dos solos não saturados em quatro categorias:

- expressões analíticas;
- superfícies constitutivas
- modelos elásticos;
- modelos elastoplásticos.

A seguir, serão apresentados esses modelos de comportamento.

4. EXPRESSÕES ANALÍTICAS

As expressões analíticas são equações para prever a deformação volumétrica específica ou índice de vazios com a aplicação de uma tensão. Essas são apresentadas, no Quadro 2, algumas expressões citadas por Alonso (1993).

Quadro 2 – Expressões analíticas (Alonso, 1993).

Referência Bibliográfica	Expressão	Descrição
Jimenez Salas e Serratos (1953)	$\frac{\Delta e}{1 + e_0} = k p_0 \log \frac{p_0}{\sigma} \quad (24)$	$\frac{\Delta e}{(1 + e_0)}$ = variação de volume; p_0 = tensão de expansão; K = constante.
Aitchison <i>et al.</i> (1973)	$\frac{\Delta e}{1 + e_0} = C_\sigma \Delta \log \sigma + I_m \Delta \log \psi_m + I_s \Delta \log \psi_s \quad (25)$	ψ_m = sucção matricial; ψ_s = sucção osmótica; C_σ , I_m , I_s = constantes.
Lytton (1997)	$\frac{\Delta e}{1 + e_0} = -\gamma_\sigma \Delta \log \sigma - \gamma_h \Delta \log (u_a - u_w) \quad (26)$	γ_σ , γ_h = coeficientes empíricos relacionados com o índice de plasticidade, a quantidade de argila e a capacidade de troca cationica; $u_a - u_w$ = sucção
Johnson (1978)	$\Delta e = \frac{\alpha \gamma_s}{100B} \left\{ \log (u_a - u_w)^0 - \log [\log (u_a - u_w)_f^0 + \alpha \sigma] \right\} \quad (27)$	$(u_a - u_w)^0$ = sucção inicial antes do carregamento;* $(u_a - u_w)_f^0$ = sucção final.

Referência Bibliográfica	Expressão	Descrição
Justo <i>et al.</i> (1984)	$\frac{\Delta e}{1 + e_0} = a + b \Delta \log \sigma + c (\Delta \log \sigma)^2 + d (\Delta \log \sigma)^3 \quad (28)$	a, b, c e d = constantes

* pode ser determinado pela expressão:

$$\log(u_a - u_w)^0 = A - B\omega \quad (\text{Eq. 29})$$

sendo:

A e B = constantes

5. SUPERFÍCIES DE ESTADO

As superfícies de estado são representadas pelos parâmetros de estado. Os parâmetros de estado devem ser escolhidos de modo que sejam suficientes para descrever o comportamento de um solo não saturado sem que haja conhecimento prévio da sua história de tensões. Alguns dos parâmetros de estado que têm sido utilizados são: estado de tensão, grau de saturação, estrutura do solo, índice de vazios e umidade.

Os parâmetros de estado podem ser relacionados por meio de funções matemáticas, as quais foram definidas como funções de estado. Essas funções representam a superfície de estado em um espaço tridimensional, como idealizado por Bishop e Blight (1963). Esses autores propuseram que, em um espaço tridimensional, fosse construída uma superfície com dados de variação de volume contra $(\sigma - u_a)$ e $(u_a - u_w)$, como mostrada na Figura 2.

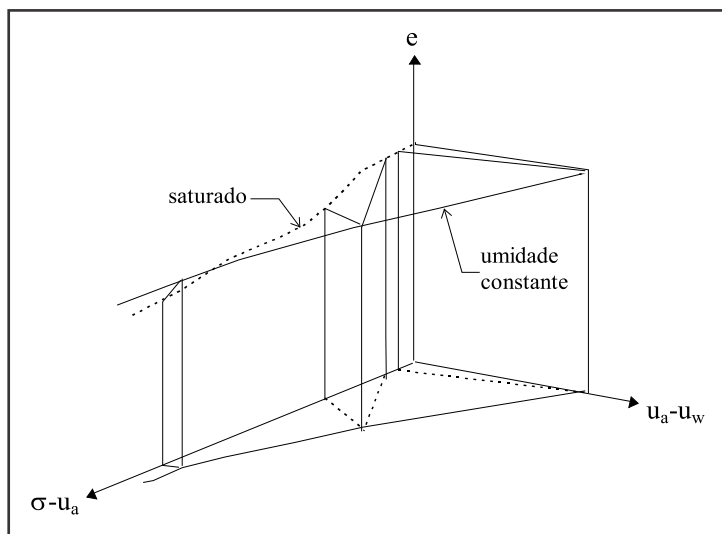


Figura 2 – Espaço tridimensional idealizado por Bishop e Blight (1963)

Matyas e Radhakrisna (1968) apresentaram as seguintes funções de estado para ensaios triaxiais:

$$e = F(p_a, q, u_c, e_0 Sr_o); \quad (\text{Eq. 30})$$

$$S = \phi(p_a, q, u_c, e_0 Sr_o); \quad (\text{Eq. 31})$$

e para ensaios edométricos se pode considerar as funções:

$$e = F(\sigma, u_c, e_0 Sr_o); \quad (\text{Eq. 32})$$

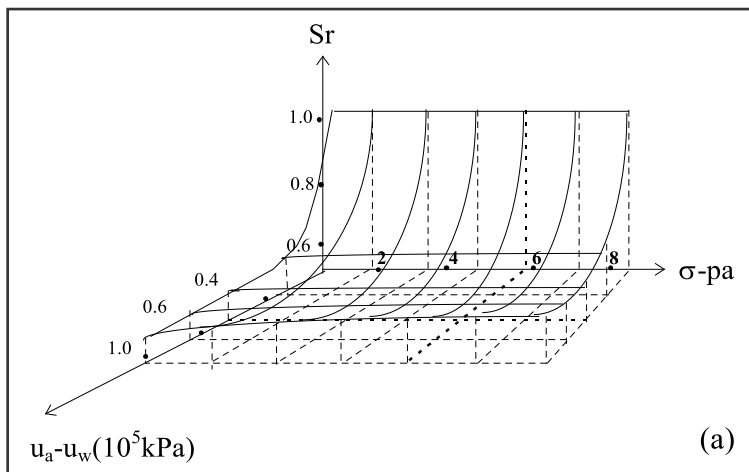
$$S = \phi(\sigma, u_c, e_0 Sr_o). \quad (\text{Eq. 33})$$

O estado inicial do solo é representado pelo seu índice de vazios e grau de saturação iniciais, e o estado de tensão pela: tensão média $\left(p_a = \frac{\sigma_1 - 2\sigma_3}{3} - p_a\right)$ e tensão desviadora

$(q = \sigma_1 - \sigma_3)$ ou tensão vertical (σ) e a sucção $(u_c = u_a - u_w)$.

Sendo que F e ϕ podem ou não ser funções únicas, dependendo do caminho de saturação ou sucção.

Matyas e Radhakrisna (1968) apresentaram resultados experimentais na forma de superfície de estado (Figura 3a e 3b) desenhados em um espaço $(\sigma - u_a)$ e $(u_a - u_w)$ contra índice de vazios ou grau de saturação. As funções de estado também foram exploradas por Fredlund (1979) e Lloret e Alonso (1985).



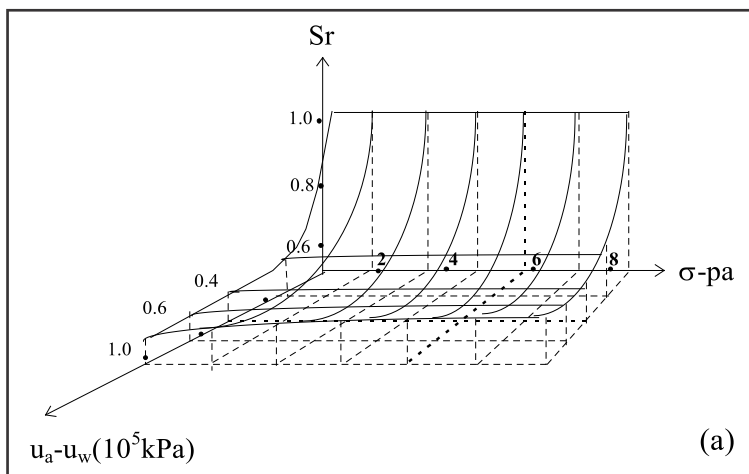


Figura 3 – Superfícies de estado de porosidade e grau de saturação (Matyas e Radhakrisna, 1968)

5.1 Equações propostas por Fredlund (1979)

Fredlund (1979) propôs a utilização de escalas logarítmicas para os pares de tensão $(\sigma - u_a)$ e $(u_a - u_w)$, tentando a linearização da superfície. O autor apresentou duas equações de superfície de estado, uma para o índice de vazios e outra para a umidade.

$$e = e_0 - C_t \log \frac{(\sigma - u_a)^f}{(\sigma - u_w)^0} C_m \log \frac{(u_a - u_w)^f}{(u_a - u_w)^0} \quad (\text{Eq. 35})$$

onde:

C_t = é o valor do índice de compressibilidade convencional no plano saturado e

C_m = é o índice para o carregamento no plano índice de vazios “versus” sucção.

$$w = w_0 - D_t \log \frac{(\sigma - u_a)^f}{(\sigma - u_w)^0} D_m \log \frac{(u_a - u_w)^f}{(u_a - u_w)^0} \quad (\text{Eq. 36})$$

onde:

D_t = é o índice de umidade correspondente a tensão total;

D_m = é o índice de umidade correspondente a sucção.

5.3 Equações propostas por Lloret e Alonso (1985)

Lloret e Alonso (1985) partiram de dez equações para prever o índice de vazios de uma série de ensaios em uma análise estatística. Concluíram que o solo por eles estudado foi melhor representado pelas seguintes funções de estado:

para a variação de volume:

$$e = a + b \log(\sigma - u_a) + c \log(u_a - u_w) + d[(\sigma - u_a) \log(u_a - u_w)] \quad (\text{Eq. 37})$$

para o grau de saturação:

$$Sr = a - \tanh[b(u_a - u_w)][c + d(\sigma - u_a)] \text{ ou:} \quad (\text{Eq. 38})$$

$$Sr = a - \{1 - e^{[-b(u_a - u_w)]}\} [c + d(\sigma - u_a)] \quad (\text{Eq. 39})$$

onde:

a, b, c, d = são parâmetros obtidos a partir do sistema de equações

Os resultados obtidos foram satisfatórios para aquele solo. Entretanto, Lloret e Alonso (1985) trataram as funções acima através de regressões; assim, fica a dúvida quanto à aplicabilidade delas para outros materiais.

6. MODELOS ELÁSTICOS PARA SOLOS NÃO SATURADOS

Os modelos elásticos são aqueles que relacionam diretamente a variação do estado de deformação com o estado de tensão do solo. Trata-se de uma tentativa de estender a teoria da elasticidade linear para os solos não saturados.

Os modelos que assim se classificam são os de Coleman (1962), Fredlund (1979) e Alonso et al (1988).

6.1 Modelos de Coleman (1962)

Coleman (1962) definiu equações para representar a variação de volume de água, deformação volumétrica que está apresentadas a seguir.

Para a variação de volume de água:

$$-\frac{dV_w}{V} = -C_{11}(du_w - du_w) + C_{12}(d\sigma - du_a) + C_{13}(d\sigma_1 - d\sigma_3) \quad (\text{Eq. 40})$$

Para a variação de volume:

$$-\frac{dV}{V} = -C_{21}(du_w - du_w) + C_{22}(d\sigma - du_a) + C_{23}(d\sigma_1 - d\sigma_3) \quad (\text{Eq. 41})$$

Para a variação da deformação cisalhante:

$$-(d\epsilon_1 - d\epsilon_3) = -C_{31}(du_w - du_w) + C_{32}(d\sigma - du_a) + C_{33}(d\sigma_1 - d\sigma_3) \quad (\text{Eq. 42})$$

onde:

C_{11} , C_{12} , C_{13} = são parâmetros associados com a variação do volume de água no elemento de solo;

C_{21}, C_{22}, C_{23} = são parâmetros associados com a variação de volume do elemento de solo;

C_{31}, C_{32}, C_{33} = são parâmetros associados com a deformação cisalhante.

Como se sabe, esses parâmetros dependem da sucção, tensão isotrópica, tensão desviadora e da história de tensões em solos reais, porém, é uma tarefa complexa incorporá-los nos modelos elásticos sobretudo nos lineares.

6.2 Modelo de Fredlund (1979)

O modelo proposto por Fredlund (1979) é a mais próxima da teoria da elasticidade linear, incluindo a deformabilidade dos solos devido à sucção.

$$\varepsilon_x = \frac{(\sigma_x - u_a)}{E_1} - \frac{\mu_1}{E_1}(\sigma_y + \sigma_z - 2u_a) + \frac{(u_a - u_w)}{H_1} \quad (\text{Eq. 43})$$

$$\varepsilon_y = \frac{(\sigma_y - u_a)}{E_1} - \frac{\mu_1}{E_1}(\sigma_x + \sigma_z - 2u_a) + \frac{(u_a - u_w)}{H_1} \quad (\text{Eq. 44})$$

$$\varepsilon_z = \frac{(\sigma_z - u_a)}{E_1} - \frac{\mu_1}{E_1}(\sigma_x + \sigma_y - 2u_a) + \frac{(u_a - u_w)}{H_1} \quad (\text{Eq. 45})$$

sendo:

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ = deformação específica, segundo as direções x, y e z respectivamente;

E_1 = módulo de elasticidade para o carregamento de $(\sigma - u_a)$;

μ_1 = coeficiente de Poisson e

H_1 = módulo de elasticidade para o carregamento de $(u_a - u_w)$.

6.4 Modelo de Alonso *et al.* (1988)

Nesse modelo, as deformações resultam da soma de duas parcelas, uma devido aos efeitos da variação de tensões e a outra devido à deformações volumétricas causadas pela variação da sucção.

$$d\varepsilon = D^{-1}d\sigma^* + d\varepsilon_0 \quad (\text{Eq. 46})$$

onde:

$\sigma^* = \sigma - mu_a$ e $m = [1, 1, 1, 0, 0, 0]$;

matriz D = modelo elástico linear ou modelo (K, G);

K = módulo volumétrico;

ε_0 = pode ser obtido através de superfícies de estado em ensaios edométricos ou triaxiais;

G = módulo cisalhamento, sendo uma expressão de tensão-deformação hiperbólica.

$$G = [G_0 + M(u_a - u_w)] \left[1 - \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)R}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right]^2 \quad (\text{Eq. 47})$$

onde:

M = constante;

R = constante próxima a 1.

$(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ = tensão desviadora na ruptura, pode-se adotar um critério de ruptura tipo Mohr-Coulomb ou outro.

6.4 Exemplo de aplicação numérica com modelo elástico: barragem de terra

Para demonstrar a aplicabilidade de modelo elástico para solos não saturados, apresenta-se, neste capítulo, um estudo numérico e experimental de simulação do enchimento de uma pequena barragem de terra, construída com o propósito de verificar uma solução de baixo custo para execução de reservatórios no semiárido nordestino.

A barragem foi construída na parte central do maciço, com energia de compactação e umidade em torno do ponto ótimo da curva do ensaio de Proctor Nomal, ou seja, Grau de Compactação mínimo de 95% e umidade variando 1,5% para mais ou para menos. Já nos espaldares, a barragem foi construída com baixa energia e baixa umidade (ramo seco da curva de compactação). Dessa forma, apenas os espaldares possuíam uma estrutura metaestável (ou colapsível).

A barragem experimental foi construída em propriedade da Universidade Federal do Ceará, no município de Quixadá, na Fazenda Lavoura Seca. A Figura 4 mostra uma visão geral do maciço ao final de sua construção.



Figura 4 – Barragem experimental – Quixadá

O material empregado na construção do maciço foi uma areia argilosa, material muito utilizado na construção de pequenas barragens homogêneas no semiárido nordestino. Lôbo Neto (2013) apresentou resultados de análises numéricas do enchimento do reservatório e verificou que o maciço se manteve estável, sem ruptura. Essa seção transversal foi proposta por Miranda (1988), com o objetivo de reduzir o consumo de água em pequenas barragens, mas com uma estrutura capaz de resistir às variações de sucção durante enchimento.

A barragem experimental possui um desenvolvimento longitudinal de 73,5m. O volume total de solo compactado no maciço foi de, aproximadamente, 1.900m³. Os taludes de montante e jusante possuem inclinações a partir do coroamento de 1,5(H):1(V). A cota do coroamento é 208,24m, a largura é de 2,70m e a altura máxima é de 4,56m. Na Figura 5, é apresentada a seção máxima do maciço. Nessa figura, pode-se ver o detalhe de uma pequena trincheira de 3m de largura e 2m de profundidade. A trincheira foi executada para reduzir ao máximo as perdas de água por infiltração na fundação, com o objetivo de restringir o estudo experimental ao fluxo pelo maciço da barragem.

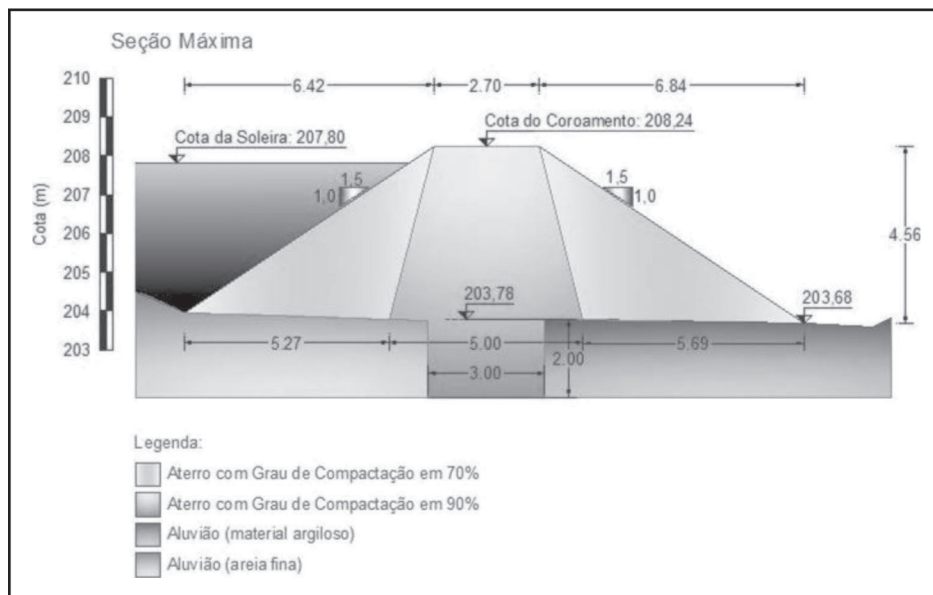


Figura 5 – Seção máxima da barragem experimental

Lôbo Neto (2013) realizou análise tensão-deformação com obtenção de parâmetros de compressibilidade obtidos de um ensaio oedométrico duplo (Miranda, 1988; Silva Filho, 1998). Nesse caso, no ramo seco, a massa específica seca era 1,55g/cm³ e a umidade, 9,6%. Já para o núcleo do maciço, foram utilizados os dados da energia normal de compactação e umidade ótima, sendo todas essas condições semelhantes às adotadas na construção do aterro experimental. Para a realização das análises numéricas, Lôbo Neto (2013) utilizou o programa UNSTRUCT (Silva Filho, 1998).

O programa UNSTRUCT adota uma interpolação linear de rigidez entre o solo compactado com baixa energia e pouca umidade em ensaio duplo de adensamento, ou seja, dois corpos de prova são moldados e carregados sob condições edométricas, um deles na umidade natural e outro previamente inundado. As deformações devido à variação de umidade (expansão ou colapso) é determinada através de duas técnicas numéricas. Para a expansão, utiliza-se uma analogia térmica (Miranda, 1988) e para o colapso, uma variação de rigidez (Silva Filho, 1998).

A Figura 6 mostra o resultado do ensaio duplo de adensamento realizado por Lôbo Neto (2013) e que reproduz as características mecânicas dos solos nos espaldares e no núcleo da barragem. Para o núcleo da barragem, Lôbo Neto (2013) considerou que as curvas de compressibilidade do solo inundado e seco coincidiam e, dessa forma, não apresentam deformações de colapso por aumento de umidade.

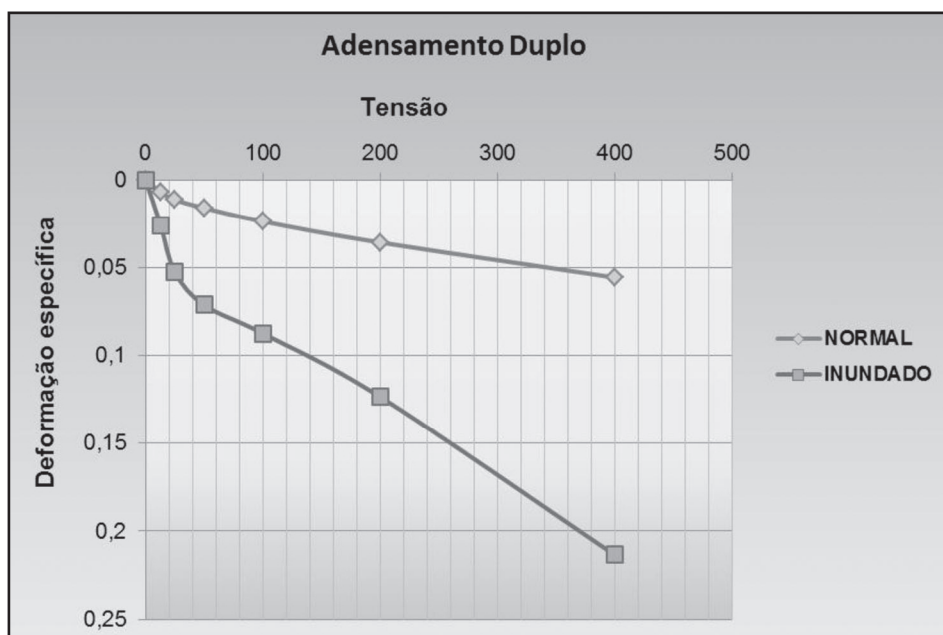


Figura 6 – Ensaio Duplo de Adensamento (Lôbo Neto, 2013)

A análise realizada admitiu que o comportamento tensão-deformação do solo poderia ser considerado linear devido à pequena faixa de tensões, pois a barragem tem menos de 5 metros de altura máxima. Também, adotou-se impedimento de deslocamento em ambas as direções na base do maciço. A Figura 7 mostra a malha de elementos de elementos finitos utilizada por Lôbo Neto (2013).

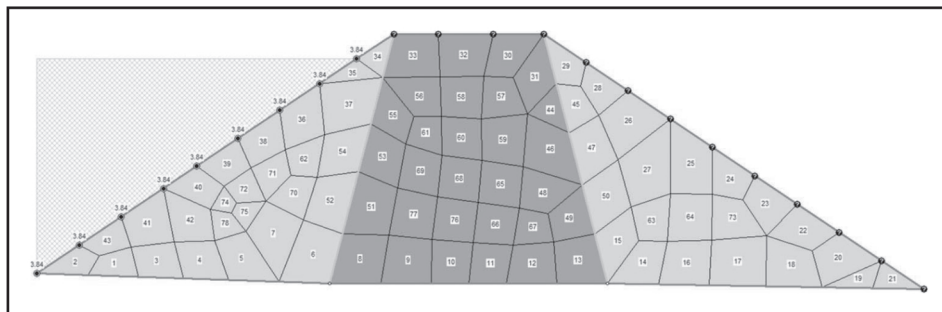


Figura 7 – Malha da seção analisada para estudo tensão-deformação

Os resultados das simulações após o enchimento da barragem e do fluxo transiente no maciço para 15, 30, 60 e 240 dias foram:

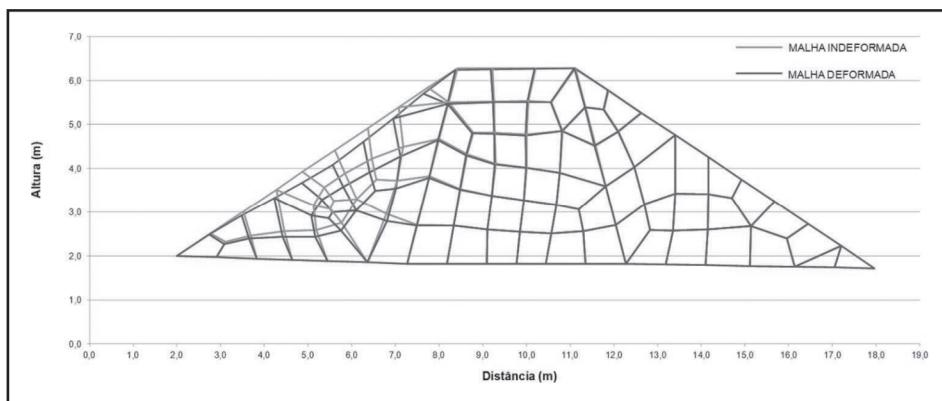


Figura 8 – Deformação para 15 dias. Fator de aumento de deslocamento – 15x.

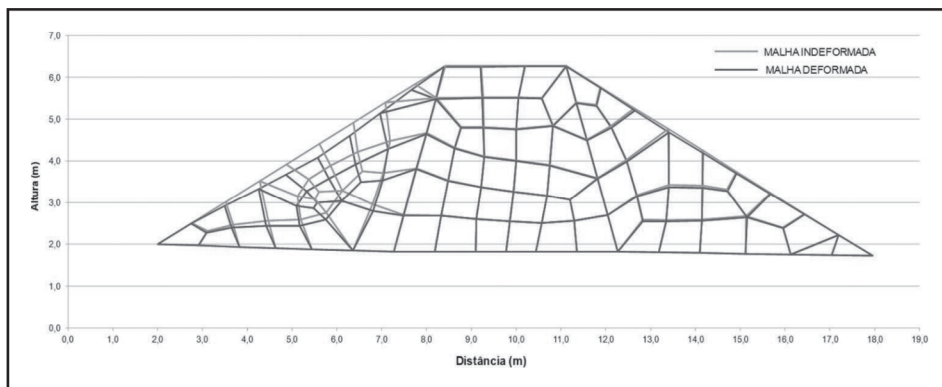


Figura 9 – Deformação para 30 dias. Fator de aumento de deslocamento – 15x.

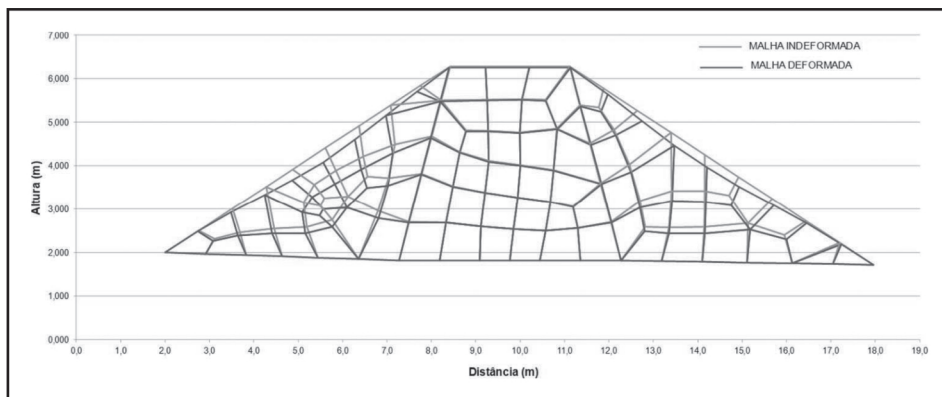


Figura 10 – Deformação para 60 dias. Fator de aumento de deslocamento – 15x.

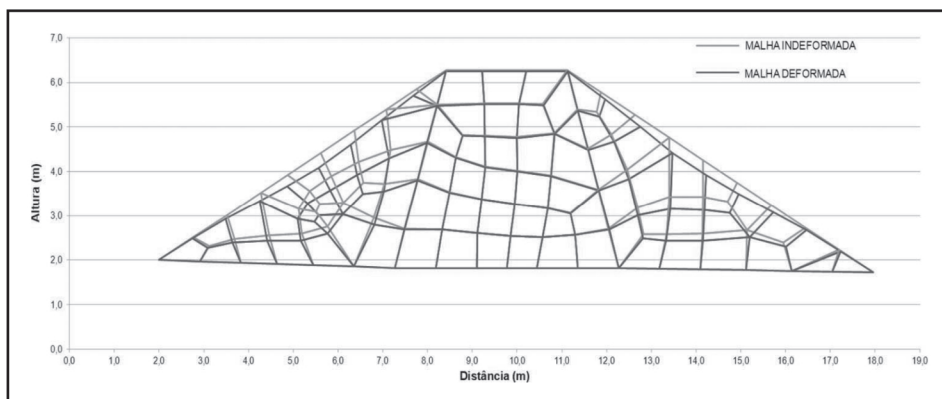


Figura 11 – Deformação para 240 dias. Fator de aumento de deslocamento – 15x.

Percebe-se, nas Figuras 8, 9, 10 e 11, respectivamente, para os tempos correspondentes a 15 e 30 dias, que as deformações de colapso ocorrem no espaldar de montante do aterro, não se propagando ao núcleo impermeável. Isso ocorreu porque o núcleo foi bem compactado e a frente de saturação não deve ter atingido o trecho de justante.

Após 60 dias do enchimento, observa-se que o colapso também acontece no espaldar de jusante, mas o núcleo da barragem não colapsou, pois foi compactado na energia Proctor Normal, com a umidade ótima (14,7%). Portanto, embora o colapso tenha ocorrido nos espaldares, a barragem não se rompe, uma vez que não houve a propagação das deformações de colapso de montante para jusante do maciço.

Finalmente, 240 dias após o enchimento da barragem (regime estacionário), pode-se, também, verificar que o colapso não ocorre no núcleo do aterro experimental, não comprometendo a segurança da barragem.

Dessa forma, comprovou-se, com a construção do aterro experimental, que os procedimentos propostos por Miranda (1988), de compactar o núcleo da barragem com a ener-

gia normal e os espaldares no ramo seco da curva de compactação, não ocasiona a ruptura da barragem e proporciona uma redução do consumo de água, importante para a região semiárida, que possui escassez de recursos hídricos.

As fotografias a seguir (Figuras 12 e 13) comprovam que, apesar do colapso ocorrido nos espaldares da barragem, o núcleo não colapsou.



Figura 12 – Detalhe da parte central da Barragem – Núcleo.



Figura 13 – Rachaduras no talude provocada pelo colapso

Lôbo Neto (2013) salientou, ainda, que a compactação dos espaldares no ramo seco da curva de compactação com valor de umidade de 9,6% proporciona uma economia de água de, aproximadamente, 12,00m³ para cada 100m³ de aterro executado, comparado com o maciço compactado na umidade ótima (14,7%), fator relevante para o Nordeste brasileiro, que sofre com a escassez desse recurso natural.

7. MODELOS ELASTOPLÁSTICOS PARA SOLOS NÃO SATURADOS

As décadas de 60 até meados de 80, foram marcadas pelas teorias para solos não saturados, que tentavam utilizar o princípio das tensões efetivas e superfícies de estado, como mostrado anteriormente. Porém, nenhuma delas foi conclusiva para representar o comportamento dos solos não saturados.

Alonso *et al.* (1987) introduziram os conceitos de estados críticos aplicados aos solos não saturados para explicar o comportamento desses solos. A modelagem constitutiva foi apresentada por Alonso *et al.* (1990) e serviu de base para várias outras propostas que surgiram desde então.

7.1 Modelo BBM (“Barcelona Basic Model”)

Alonso *et al.* (1990) apresentaram a formulação matemática para o estado de tensões hidrostático e triaxial. Esse modelo foi idealizado em quatro dimensões matemáticas (p , q , s , v) e, para condição saturada, o modelo se torna igual ao Cam Clay Modificado. Duas superfícies de escoamento interceptam o plano hidrostático: LC e SI, limitando a região elástica (Figura 14a). Esse plano é relacionado ao plano (p , q), onde a região elástica é limitada por elipses (Figura 14b), que são funções da sucção. A curva de escoamento LC é formada pelos pontos de escoamento para o carregamento hidrostático p em diferentes valores de sucção, constantes para cada carregamento, como mostra a Figura 14. A SI é uma linha horizontal no mesmo plano p : s e passa por s_0 . Esse valor é idealizado como sendo a máxima sucção a que o solo esteve submetido, e é considerado o mesmo para qualquer estado de tensão p .

O modelo de Alonso *et al.* (1990) considera que a rigidez do solo aumenta com a sucção devido à diminuição da inclinação da reta virgem para sucção s , $\lambda(s)$. As expressões propostas por Alonso *et al.* (1990) para a LC, SI e $\lambda(s)$ são:

$$\frac{p_0}{p^c} = \left(\frac{p_0^*}{p^c} \right)^{\frac{\lambda(0) - \kappa}{\lambda(s) - \kappa}} \quad (\text{Eq. 48})$$

$$s_0 = \text{constante} \quad (\text{Eq. 49})$$

onde:

$$\lambda(s) = \lambda(0)[(1 - r)e^{-\beta s} + r] \quad (\text{Eq. 50})$$

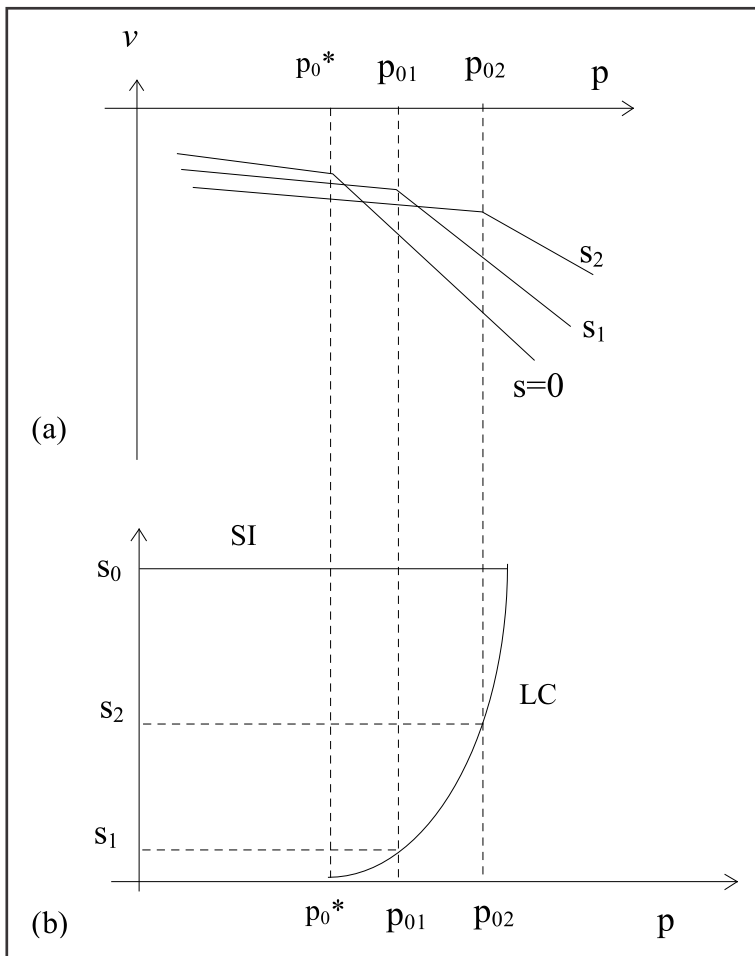


Figura 14 – (a) Caminhos de tensões para carregamento p e $s = \text{constante}$
(b) Superfícies de escoamento SI e LC (Alonso *et al.*, 1987).

Alonso *et al.* (1990) propõem que as deformações sejam calculadas pelas seguintes expressões:

- Deformações volumétricas elásticas:

$$d\varepsilon_{vp}^e = -\frac{dv}{v} = \frac{\kappa}{v} \frac{dp}{p} \quad (\text{Eq. 51})$$

$$d\varepsilon_{vs}^e = \frac{\kappa_s}{v} \frac{ds}{s + p_{\text{atm}}} \quad (\text{Eq. 52})$$

- Deformações volumétricas plásticas:

As deformações plásticas utilizam a lei de fluxo associada. Nessa lei, o vetor da deformação plástica é normal à superfície de escoamento, e sua intensidade é calculada pelas suas componentes, quando atingem a superfície de escoamento.

$$(d\epsilon_v^p = d\epsilon_{vs}^p + d\epsilon_{vp}^p) \quad (\text{Eq. 53})$$

$$d\epsilon_{vp}^p = \frac{\lambda(s) - \kappa}{v} \frac{dp_0}{p_0} \quad (\text{Eq. 54})$$

ou

$$d\epsilon_{vp}^p = \frac{\lambda(0) - \kappa}{v} \frac{dp_0^*}{p_0^*} \quad (\text{Eq. 55})$$

$$d\epsilon_{vs}^p = \frac{\lambda_s - \kappa_s}{v} \frac{ds_0}{s_0 + p_{atm}} \quad (\text{Eq. 56})$$

- Deformação volumétrica total devido ao carregamento isotrópico:

$$d\epsilon_{vp} = d\epsilon_{vp}^e + d\epsilon_{vp}^p \quad (\text{Eq. 57})$$

$$d\epsilon_{vp} = \frac{\lambda(s)}{v} \frac{dp_0}{p_0} \quad (\text{Eq. 58})$$

- Deformação volumétrica total devido à sucção:

$$d\epsilon_{vs} = \frac{\lambda_s}{v} \frac{ds_0}{s_0} \quad (\text{Eq. 59})$$

- Lei de endurecimento

As superfícies de escoamento LC e SI são acopladas através da lei de endurecimento e dependem da deformação volumétrica total. Assim, as deformações plásticas produzidas pelo aumento da tensão hidrostática deslocam LC e SI simultaneamente. A lei de endurecimento é composta por duas equações:

$$\frac{dp_0^*}{p_0^*} = \frac{v}{\lambda(0) - \kappa} d\epsilon_v^p \quad (\text{Eq. 60})$$

$$\frac{ds_0}{s_0} = \frac{v}{\lambda_s - \kappa_s} d\epsilon_v^p \quad (\text{Eq. 61})$$

O modelo propõe que a curva de escoamento no plano (p, q) para um corpo de prova com sucção constante descreve uma elipse e passa pelas tensões de escoamento hi-

drostático, p_0 , relacionado com a superfície de escoamento LC, como se pode ver na Figura 15.

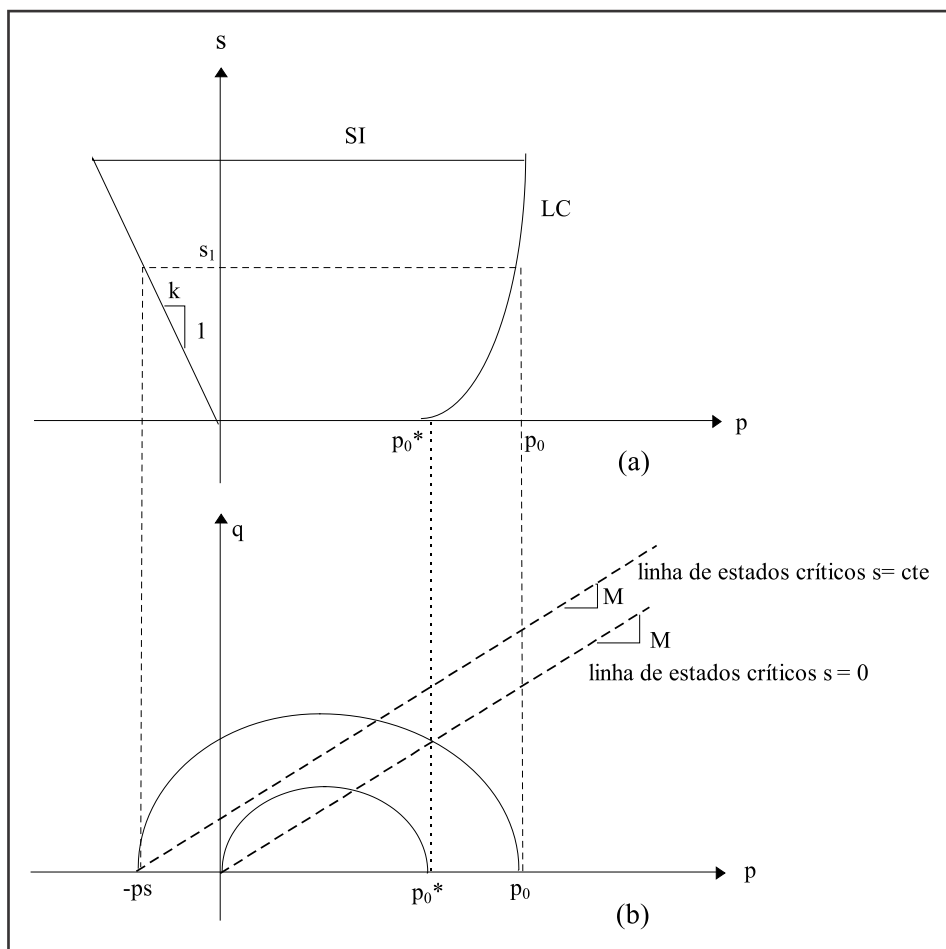


Figura 15 – Superfícies de escoamento nos planos: (a) $p:q$ e (b) $p:s$ (Alonso *et al.*, 1990).

A inclinação da linha de estados críticos M foi considerada inalterada com a sucção, ou seja, seu valor é o mesmo para a condição saturada ou não saturada com sucção constante. O aumento da resistência do solo com a sucção foi considerado através do parâmetro k , que descreve o aumento da coesão com a sucção e pode ser encontrado conhecendo-se p , que é a resultante do prolongamento da linha de estados críticos com uma determinada sucção s , no eixo p .

$$p = -p_s = -k \cdot s \quad (\text{Eq. 62})$$

O escoamento acima do eixo hidrostático é definido por uma elipse que passa pelos pontos $-p_s(s)$ e $p_0(s)$ e é dada pela função:

$$q^2 = M^2(p + p_s)(p_0 - p) \quad (\text{Eq. 63})$$

O modelo propõe, também, que a superfície de escoamento SI se estenda à região $q > 0$ em um plano paralelo ao eixo q . A idealização da forma espacial da superfície de escoamento é mostrada na Figura 16.

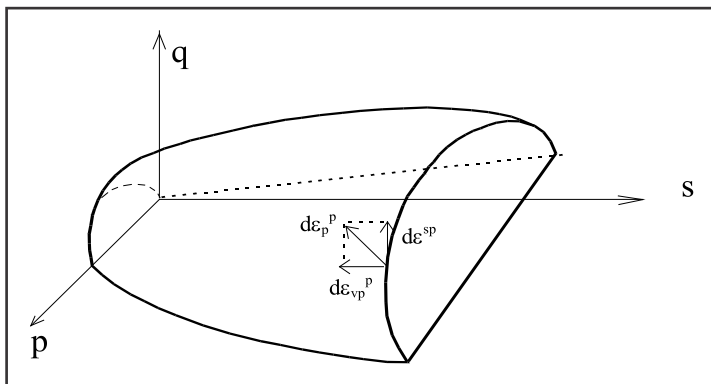


Figura 16 – Superfície de escoamento no espaço (p, q, s)

O modelo considera o incremento de deformação plástica associado com a superfície de escoamento no plano (p, q) e sugere uma lei não associada ao plano de sucção constante, sendo, então, introduzido o parâmetro α e chegando-se a:

$$\frac{d\varepsilon_s^p}{d\varepsilon_{vp}^p} = \frac{2q\alpha}{M^2(2p + p_s - p_0)} \quad (\text{Eq. 64})$$

Para impor a deformação lateral nula na linha Ko, α deve ser igual a:

$$\alpha = \frac{M(M-9)(M-3)}{9(6-M)} \left(\frac{1}{1 - \frac{\kappa}{\lambda}} \right) \quad (\text{Eq. 65})$$

A deformação elástica causada pelo carregamento é dada por:

$$d\varepsilon_s^e = \frac{1}{3G} dq \quad (\text{Eq. 66})$$

7.2 Modelo de Wheeler e Sivakumar (1995)

Wheller e Sivakumar (1995) desenvolveram uma modelagem matemática com base em resultados experimentais de um solo fabricado em laboratório (caulim compactado).

A expressão para o comportamento hidrostático é, praticamente, a mesma de Alonso *et al.* (1990), com substituição do parâmetro p_c pela pressão atmosférica (admitida igual a 100 kPa). Os autores justificam a escolha dessa pressão para que a equação se torne dimensionalmente consistente. Wheeler e Sivakumar (1995) obtiveram valores experimentais de $\lambda(s)$ crescentes com o aumento da sucção, resultados que divergem da proposta de Alonso *et al.* (1990), cujo modelo prevê diminuição monotônica com o aumento da sucção.

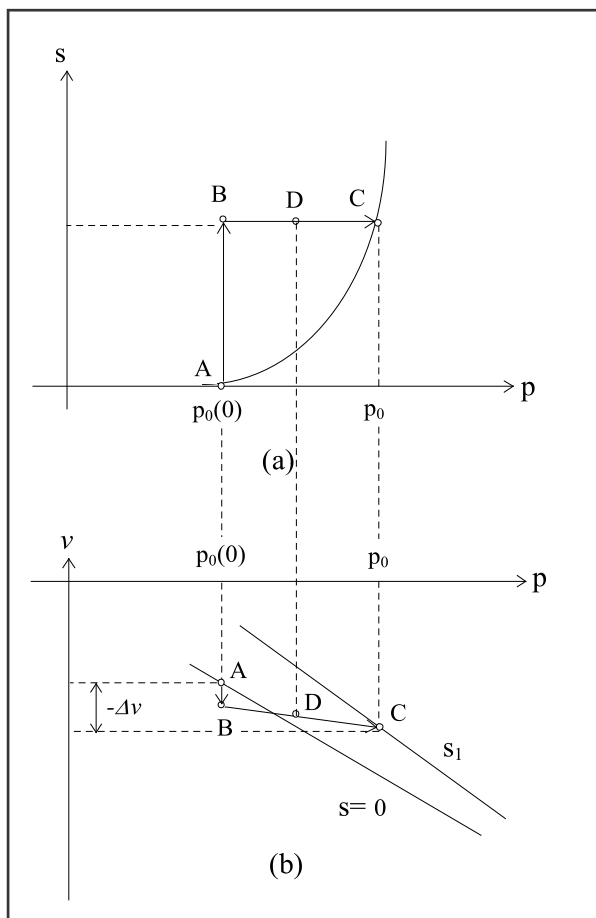


Figura 17 – (a) Caminho de tensões e (b) curvas de compressibilidade (v , p) para definir a equação da superfície de escoamento LC (Wheeler e Sivakumar, 1995)

Wheeler e Sivakumar (1995) utilizaram a Figura 17 para equacionar a superfície de escoamento. Esse caminho de tensões é semelhante ao adotado por Alonso *et al.* (1990), sendo que a diferença está no sentido percorrido.

A superfície de escoamento LC proposta por Wheeler e Sivakumar (1995) é dada por:

$$[\lambda(s) - \kappa] \ln \left(\frac{p_0}{p_{atm}} \right) = [\lambda(0) - \kappa] \ln \left(\frac{p_0(0)}{p_{atm}} \right) + N(s) - N(0) + \kappa_s \ln \left(\frac{s + p_{atm}}{p_{atm}} \right) \quad (\text{Eq. 67})$$

Wheeler e Sivakumar (1995) sugeriram utilizar, como nomenclatura, $p_0(0)$ para a tensão isotrópica de escoamento, conforme se vê na Equação 67. Essa expressão é similar a de Alonso *et al.* (1990); a diferença está no fato de as posições iniciais serem diferentes. O modelo de Alonso *et al.* (1990) torna-se um caso particular e iguala-se ao modelo de Wheeler e Sivakumar (1995) para $p_c = p_0(0)$. O modelo de Alonso *et al.* (1990) implicitamente impõe a existência de uma linha vertical para o escoamento LC para a tensão de referência p_c . Wheeler e Sivakumar (1995) adotam a variação empírica dos parâmetros com a sucção, possibilitando prever variação não monotônica dos parâmetros.

A linha de estados críticos para condição não saturada foi proposta por Wheeler e Sivakumar (1995) como sendo representada pelas expressões:

$$q = M(s)p + \mu(s) \quad (\text{Eq. 68})$$

$$v = \Gamma(s) - \psi(s) \ln \left(\frac{p}{p_{atm}} \right) \quad (\text{Eq. 69})$$

Os parâmetros $\Gamma(s)$, $M(s)$, $\mu(s)$, $\psi(s)$ são dependentes da sucção. A Figura 8 indica o domínio desses parâmetros. A maior diferença com relação ao modelo BBM está na utilização de funções que definem a posição da linha de estados críticos no espaço matemático ($p:q:s:v$).

A elipse de escoamento que passa pelo ponto A da Figura 17(a) é dada pela expressão:

$$\frac{p_0}{p} = \exp \left[\frac{N(s) - \lambda(s) \ln \left(\frac{p}{p_{atm}} \right) - v}{\lambda(s) - \kappa} \right] \quad (\text{Eq. 70})$$

sendo κ admitido independente do valor da sucção.

Outro parâmetro foi denominado de p_x e representa o intercepto da linha de estados críticos com a elipse de escoamento, a qual é fornecida por:

$$\frac{p_x}{p} = \exp \left[\frac{\Gamma(s) - \psi(s) \ln \left(\frac{p}{p_{atm}} \right) - v}{\psi(s) - \kappa} \right] \quad (\text{Eq. 71})$$

Para as elipses que não passam pela origem, é introduzido M_* , que é dado por:

$$M_* = \frac{M(s)p_x + \mu(s)}{p_0 - p_x} \quad (\text{Eq. 72})$$

A elipse é, então, definida como:

$$q^2 = M_*^2(p_0 - p) + (p + p_0 - 2p_x) \quad (\text{Eq. 73})$$

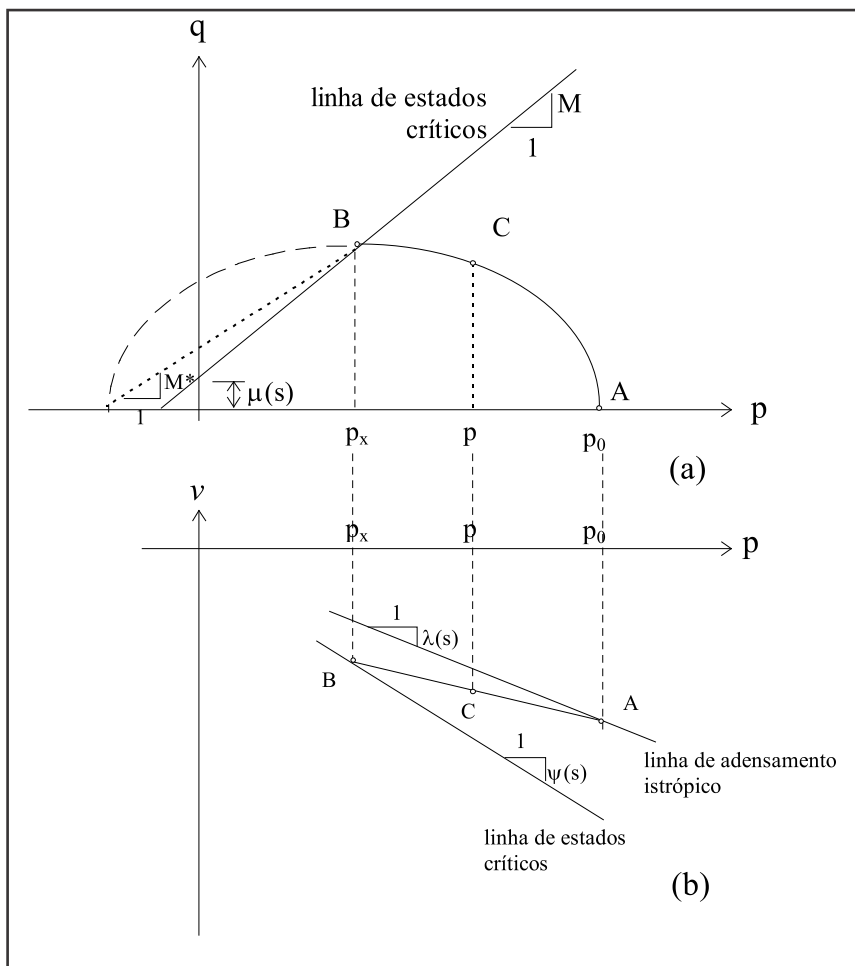


Figura 18 – (a) Curvas de escoamento no plano (q, p) para sucções constantes, (b) Curvas no espaço (v, p) (Wheeler e Sivakumar, 1995).

7.3 Modelo de Futai (1997)

Registros experimentais em diversos solos, tem-se mostrado que, após o escoamento, a rigidez diminui com a sucção. Assim, Futai (1997) realizou adaptações e propôs novas funções que possibilitassem representar o comportamento mais realístico de alguns solos.

O modelo introduz propostas para as funções $N(s)$, $\lambda(s)$, $\kappa(s)$. Para a elaboração das funções, foi idealizado o comportamento dos solos naturais com colapso decrescente para elevados níveis de tensões de compressão. Partindo da premissa que os solos têm aumento da tensão de escoamento com a sucção, como no modelo de Alonso *et al.* (1990), a rigidez aumenta dentro da região elástica e passa a diminuir quando o solo é plastificado. Isso permite que haja um valor máximo para as deformações de colapso.

As evidências experimentais, a modelagem física, as simplificações e deduções podem ser consultadas em Futai (1997). Será apresentado somente um resumo da modelagem matemática. Para modelar o parâmetro $N(s)$, foi idealizado um comportamento no espaço $(\ln p: v)$, em que as curvas tendem a convergir e cruzam-se em um ponto (fora do domínio dos ensaios) com coordenadas, $p = p_f$ e $v = N_f$, mostrados na Figura 19.

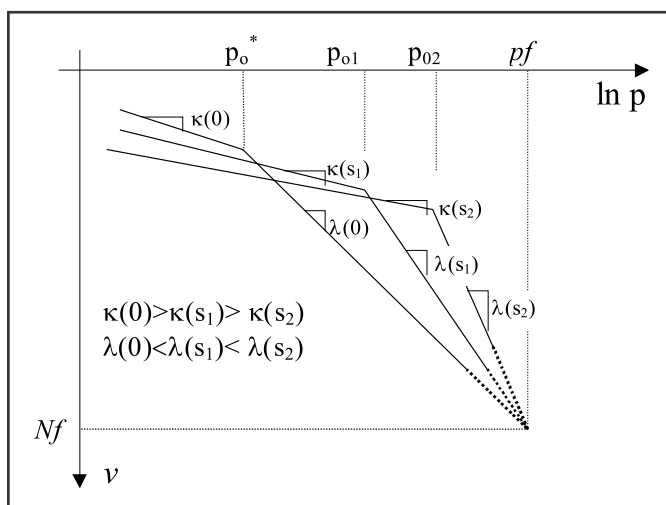


Figura 19 – Idealização do comportamento dos solos não saturados sob condições hidrostáticas

O parâmetro N_f permite encontrar a função $N(s)$, representando as retas com sucções quaisquer:

$$N(s) = N_f + \lambda(s) \ln(p_f) \quad (\text{Eq. 74})$$

Igualando o volume específico da reta saturada e outra não saturada, chega-se a:

$$N(s) = N(0) + [\lambda(s) - \lambda(0)] \ln(p_f) \quad (\text{Eq. 75})$$

A função $\lambda(s)$ foi proposta por Alonso *et al.* (1990) como sendo válida para solos compactados sob determinados níveis de tensões. Para os solos naturais, Futai (1997) propôs que a função fosse representada por:

$$\lambda(s) = \lambda(0) + [\lambda(\infty) - \lambda(0)](1 - e^{-\beta s}) \quad (\text{Eq. 76})$$

Ensaios realizados por Aguilar (1990), Wheeler e Sivakumar (1995), Araki e Carvalho (1995), Machado e Vilar (1997), Futai (1997) e Machado (1998) resultaram em $\lambda(s)$ aumentando com a sucção. Contrapondo-se a esses valores, Alonso *et al.* (1990) e Perazzo e Lins (1997) apresentaram valores de $\lambda(s)$ decrescentes. A expressão (76) permite ajustar-se valores crescentes ou decrescentes de $\lambda(s)$. Para tanto, basta impor o valor da inclinação da reta virgem para sucção tendendo a infinito $\lambda(\infty)$ maior ou menor que $\lambda(0)$, obtendo $\lambda(s)$ decrescentes ou crescentes respectivamente.

Futai (1997) propôs, ainda, uma função para o parâmetro $\kappa(s)$, dado por:

$$\kappa(s) = \kappa(0) + [\kappa(\infty) - \kappa(0)](1 - e^{-\chi^s}) \quad (\text{Eq. 77})$$

A função $\kappa(s)$ modifica a rigidez do solo para a condição elástica com a sucção, portanto, a superfície de escoamento LC torna-se dependente, também, de $\kappa(s)$. Nesnas (1995) comenta que a utilização do modelo de Alonso *et al.* (1990), em elementos finitos, inverte o comportamento de carregamentos com sucção constante. Silva Filho (1998) explica que, em modelagem numérica, é utilizado o módulo volumétrico (K), dado pela expressão:

$$K = \frac{vp}{\kappa} \quad (\text{Eq. 78})$$

Como o volume específico é menor para sucções mais elevadas e os dois outros valores constantes, K diminui com a sucção. Nesse caso, as sucções mais altas apresentarão maiores deformações elásticas, contrariando valores experimentais até então conhecidos. A modelagem sugerida por Futai (1997), introduzindo $\kappa(s)$, prevê melhor esse comportamento, visto que o modelo idealiza que o solo tem a rigidez aumentada com a sucção devido à $\kappa(s)$ até a tensão de escoamento.

Realizando o mesmo procedimento de Wheeler e Sivakumar (1995), chega-se à curva de escoamento LC dada por:

$$p\alpha(s) = \exp \left\{ \frac{1}{\lambda(s) - \kappa(s)} \left[[\lambda(s) - \lambda(0)] \ln(p_r) + (\lambda(0) - \kappa(s)) \ln(p\alpha(o)) - \kappa_s \ln \frac{s + p_{atm}}{p_{atm}} \right] \right\} \quad (\text{Eq. 79})$$

Substituiu-se a tensão de referência para $p = 1 \text{ kPa}$ para torná-la igual ao modelo Cam Clay. Para condições em que os carregamentos excedam a tensão p_r , deve-se dividir a curva de compressibilidade em dois trechos: antes de p_r , usa-se as funções propostas e, após p_r , deve-se adotar $\lambda(s) = \lambda(o)$, ou seja, não ocorre mais colapso. É possível incorporar esse comportamento em um programa de elementos finitos, tal como apresentado por Silva Filho (1998).

7.4 Comentários sobre os Modelos Elastoplásticos

Os caminhos de tensões seguidos até que se desencadeie o fenômeno de colapso em ensaios de laboratório dependem, fundamentalmente, do estado de tensões que é induzido pelo ensaio. Alonso *et al.* (1987) descreveram diferentes caminhos de tensões segundo

esse raciocínio. O modelo de Alonso *et al.* (1990) apresenta a curva de escoamento LC sempre abrindo com o aumento do nível de tensões, justificado por $\lambda(s)$ ser uma função decrescente. Nesse caso, as deformações de colapso são sempre crescentes com o nível de tensões. Balmaceda (1991) e Josa *et al.* (1992) apresentam uma função para a superfície de escoamento em que a LC tende a abrir, atinge um máximo, correspondendo ao colapso máximo e volta a fechar até tornar-se vertical.

O comportamento de $\lambda(s)$ depende do tipo de solo, das condições iniciais e do nível de tensões ao qual o solo é obtido. Com o aumento do nível de tensões, $\lambda(s)$ deve convergir para a inclinação saturada, caso contrário, fazendo-se a tensão média líquida tender para infinito, o colapso também tenderia ao infinito, o que é impossível. Analisando-se a expressão (7.1), nota-se que, no modelo de Alonso *et al.* (1990), para valores de $\lambda(s)$ crescentes, a função forneceria valores da tensão de escoamento decrescente, com o aumento da sucção, fornecendo expansão quando a sucção for diminuída, o que seria pouco provável.

Futai (1997) dividiu as curvas de compressão dos solos não saturados em quatro regiões (I, II, III, IV). A primeira é a realmente elástica; a segunda é uma região de transição; a terceira é a reta virgem; e, na região IV, não ocorre mais colapso. As curvas em que o nível máximo de tensões de ensaio está na região II, poderão apresentar $\lambda(s)$ decrescentes com a sucção, porém, não sendo verdade para tensões maiores.

Outros modelos devem ser lembrados, o de Toll (1990), Balmaceda (1992), Josa *et al.* (1992), Cui e Delage (1996), Wheeler (1996), WS modificado (Silva Filho, 1998), EESC model (Machado, 1998). Dentre esses, o modelo EESC foi desenvolvido para um solo não saturado colapsível natural.

O modelo proposto por Futai (1997) foi utilizado para a previsão de resultados de ensaios de laboratório, campo e obras, conforme listados nos Quadros 3 e 4, sendo três delas dissertações de mestrado (Futai, 1997; Peixoto, 1999; Davies, 2000), e uma tese de doutorado (Silva Filho, 1998). Todos obtiveram bons resultados quando comparados os valores medidos e as previsões realizadas com o modelo.

Quadro 3 – Previsão de ensaios de laboratório usando-se a proposta de Futai (1997)

Previsão realizada por	Ensaios realizados por:	Local	Solo e ensaio
Futai (1997)	Perazzo & Lins (1997)	Barragem Pirapama - PE	Ensaio edométrico com sucção controlada em solo compactado.
	Machado e Vilar (1997)	São Carlos - SP	Ensaio edométrico com sucção controlada em solo compactado.
	Futai (1997)	Campo Novo dos Parecis - MT	Ensaio edométrico com sucção controlada em solo natural.
Silva Filho (1998)	Futai (1997)	Campo Novo dos Parecis - MT	Ensaio edométrico com sucção controlada em solo natural.
	Machado e Vilar (1997)	São Carlos - SP	Ensaio edométrico com sucção controlada em solo compactado.

Previsão realizada por	Ensaio realizado por:	Local	Solo e ensaio
Peixoto (1999)	Peixoto (1999)	Distrito Federal	Ensaio edométrico com sucção controlada em solo natural.
Vilar e Davies (2001, 2002)	Davies (2000)	São Carlos - SP	Ensaio triaxiais com sucção controlada e diferentes caminhos de tensões.

Quadro 4 – Previsão de ensaios de campo e casos de obra usando-se a proposta de Futai (1997)

Previsão realizada por	Ensaio realizado por:	Local	Ensaio
Silva Filho (1998) e Futai <i>et al.</i> (2001)	Conciani (1997)	Campo Novo dos Parecis - MT	Ensaio de Placa
Conciani <i>et al.</i> (1998)	Conciani (1997)	Rondonópolis - MT	Ensaio de Placa
Futai <i>et al.</i> (2000)	Carneiro (1995)	São Carlos - SP	Estacas em solo colapsível

8. EXEMPLO DE APLICAÇÃO NUMÉRICA UTILIZANDO MODELO ELASTOPLÁSTICO

Para demonstrar a capacidade de utilização de modelo elastoplástico para solos não saturados, é, também, apresentada, neste capítulo, a simulação de um ensaio de placa com inundação em solo colapsível. O ensaio foi realizado por Conciani (1997) e foi conduzido com controle de carga, medidas de sucção e de deslocamento da placa para inundações em diferentes níveis de tensões.

Conciani (1997) utilizou o campo experimental de Campo Novo do Parecis - MT. Nesse local, o solo constituinte é composto de um material predominantemente argiloso e de cor avermelhada. O perfil de solo caracteriza-se por um pequeno aumento de índice de vazios com a profundidade. A fração sólida do solo tem massa específica aproximadamente igual a $2,72 \text{ g/cm}^3$. O grau de saturação varia no decorrer do ano, apresentando valores da ordem de 45% na estação seca, aumentando até 55% na época de chuvas. Ensaio de SPT, realizados em Campo Novo do Parecis, indica um perfil bastante uniforme.

A Figura 20 mostra a variação do SPT com a profundidade, e vê-se, claramente, que, até 5 m, os valores, praticamente, são constantes e muito baixos; a partir de então, o SPT cresce até um valor maior do que 10, a uma profundidade de 15 m. O peso específico natural médio do solo é igual a 10 kN/m^3 e será usado para definir o perfil de tensões iniciais nas análises realizadas neste capítulo. Para tal, foram utilizados os ensaios edométricos com controle de sucção, realizados por Futai (1997).

Conciani (1997) apresentou resultados de quatro ensaios de placa em Campo Novo do Parecis, como mostra o Quadro 5. Durante os ensaios, Conciani (1997) efetuou medidas de sucção com tensiômetros instalados em cinco profundidades distintas, que serão descritas ao longo do capítulo.

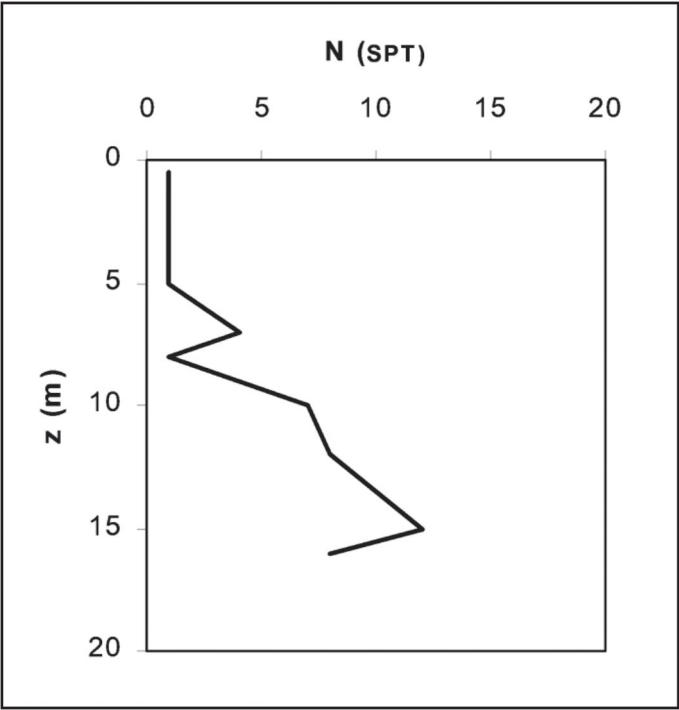


Figura 20 – Perfil de SPT do campo experimental de Campo Novo dos Parecis (Conciani, 1997)

Quadro 5 – Valores de carregamento em que se inundou o solo do ensaio de placa (Conciani, 1997)

Ensaio	Carga
1 (carga de ruptura)	Umidade natural – 72 kPa
2 (50% da c. de ruptura)	Inundação com 36 kPa
3 (75% da c. de ruptura)	Inundação com 54 kPa
4 (25% da c. ruptura)	Inundação com 18 kPa

O ensaio 1 foi realizado sem inundação da cava e a carga de 72 kPa (Quadro 1), correspondente ruptura do solo abaixo da placa. Os outros ensaios foram realizados em duas ou três fases, com a inundação da cava a valores equivalentes de 25%, 50% e 75% da carga de ruptura. Os ensaios 2 e 4 tiveram três fases:

- carregamento indicado no Quadro 5;
- inundação;
- carregamento final até 54 kPa.

O ensaio 3 não tem a última fase de carregamento após a inundação.

Nos ensaios citados, Conciani (1997) utilizou uma placa de 0,80 m, colocada a uma profundidade de 1,0 m abaixo do nível do terreno, necessária devido à presença de camada endurecida na superfície do solo, que poderia prejudicar o ensaio. Abaixo da placa, foi colocado um colchão de areia lavada com uma espessura de 1 cm para homogeneizar a infiltração de água durante o ensaio. Para a medida da sucção e umidade, antes e durante o ensaio, foram utilizados tensiômetros e uma sonda TDR (reflectometria do domínio do tempo).

Para a medida da carga, Conciani (1997) utilizou uma célula com capacidade de 200 kN e resolução de 0,1 kN. O recalque foi medido através da instalação de quatro defletores diametralmente opostos sobre a placa. A inundação da cava conservou uma lâmina de espessura igual a 5 cm acima da placa e a medida da sucção foi realizada com os tensiômetros instalados a cada 25 cm de profundidade até 1,0 m.

O procedimento de instalação e medição pode ser visto em Conciani *et al.* (1996) e Conciani (1997). A medição foi feita antes do ensaio e apresentou valores mais elevados próximos da superfície do terreno. A Figura 21 mostra a distribuição da pressão da água nos poros com a profundidade, nas condições antes e após a inundação da cava.

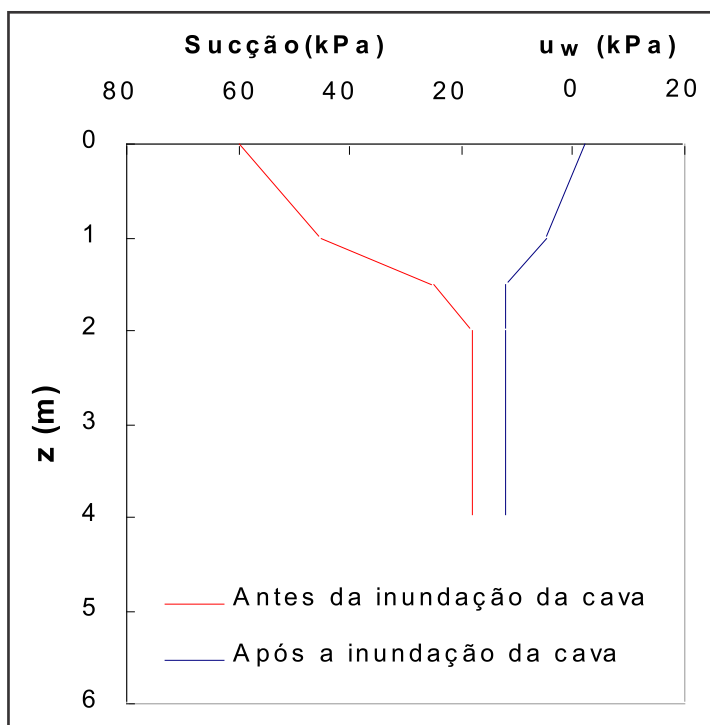


Figura 21 – Perfil médio de poro pressões antes e após a inundação da cava (Conciani, 1997)

Silva Filho (1988) implementou os modelos de Alonso et al (1990), Weheeler e Sivakumar (1995) e Futai (1997) no programa de elementos finitos que foi chamado de Crisp-Unsat. Silva Filho (1998) realizou previsões dos resultados de prova de carga realizados por Conciani (1997) e verificou que o modelo de Futai apresentou melhores resultados.

Para a estimativa dos parâmetros do modelo, Silva Filho (1998) utilizou resultados de ensaios edométricos realizados por Futai (1997), que foram desenvolvidos até tensões verticais elevadas (1500 kPa). Como os ensaios de placa executados por Conciani (1997) limitaram-se a tensões baixas, inferiores a 100 kPa, ajustou-se os parâmetros do solo para tensões até 150 kPa. Os parâmetros para o modelo proposto por Futai (1997) são apresentados no Quadro 6.

Com esses parâmetros, obtém-se as funções de $\kappa(s)$, $\lambda(s)$ e $N(s) - N(0)$ com a sucção, apresentadas nas equações 80, 81 e 82.

$$\lambda(s) = 0,11 + 0,06 (1 - e^{-0,005s}) \quad (\text{Eq. 80})$$

$$\kappa(s) = 0,0428 - 0,02481 (1 - e^{-0,009s}) \quad (\text{Eq. 81})$$

$$N(s) - N(0) = 0,1621 (1 - e^{-0,005s}) \quad (\text{Eq. 82})$$

Quadro 6 – Parâmetros do modelo Futai (1997)

Parâmetros do modelo	Valor
$\kappa(0)$	0,0428
$\lambda(0)$	0,11
M	1,2
e_{cs}	2,5
G	4400 kPa
β	0,005 kPa ⁻¹
χ	0,009 kPa ⁻¹
p_f	1500 kPa
$\kappa(\infty)$	0,018
$\lambda(\infty)$	0,17
κ_s	0,0037
k	0,6

As previsões dos ensaios são apresentadas nas Figuras 22 a 24. A Figura 22 mostra a comparação das previsões com os resultados do ensaio de placa com inundação a 18 kPa. As previsões do carregamento e do colapso apresentaram excelentes resultados. O recarregamento após o colapso não apresentou resultados tão bons quanto as fases anteriores, provavelmente explicado pela ocorrência de ruptura no solo abaixo da placa.

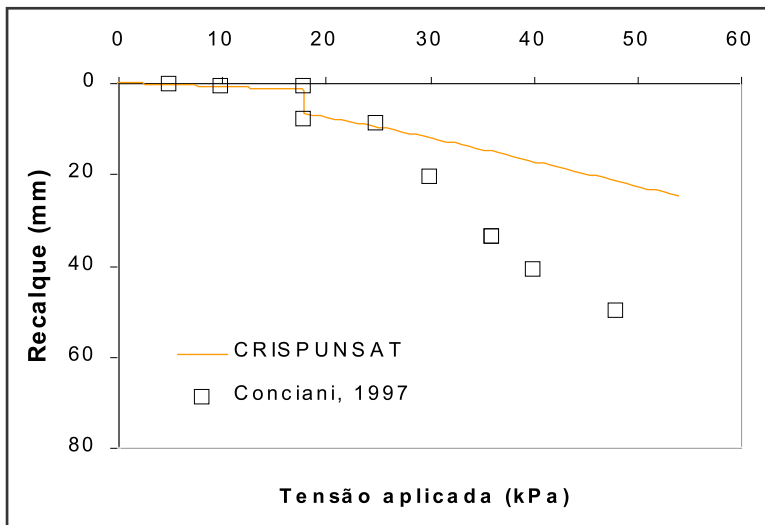


Figura 22 – Curva carga x recalque para a inundação com a placa submetida a 18 kPa

O ensaio com inundação a 36 kPa também apresentou bons resultados nas duas primeiras fases: carregamento e inundação, conforme se vê na Figura 23. As deformações de colapso aumentaram com relação ao ensaio anterior e, novamente, no recarregamento, após o colapso, os resultados são afetados pela grande deformação que ocorreu no colapso.

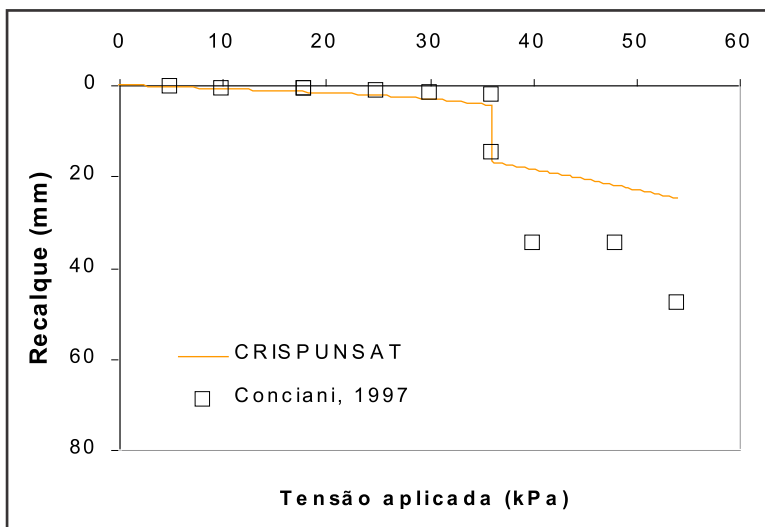


Figura 23 – Curva carga x recalque para a inundação com a placa submetida a 36 kPa

Finalmente, o ensaio com inundação a 54 kPa apresentou as maiores deformações de colapso, como indica a Figura 24. O resultado das previsões do carregamento e do colapso também mostraram uma boa concordância com o resultado do ensaio.

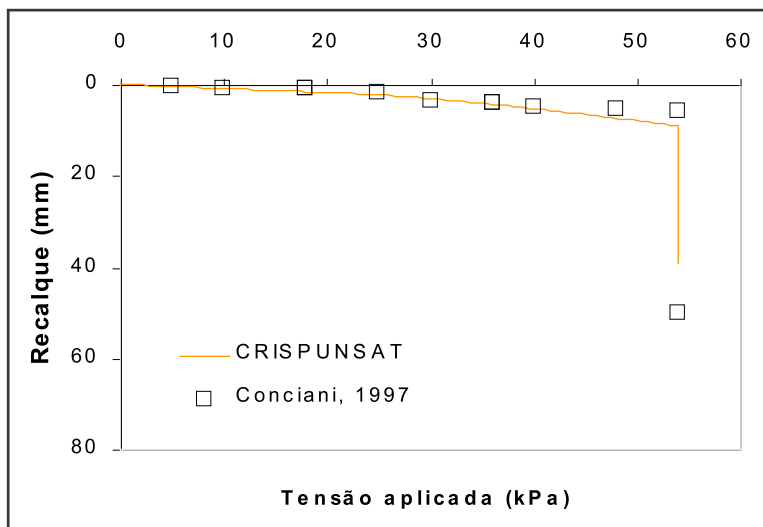


Figura 24 – Curva carga x recalque para a inundação com a placa submetida a 54 kPa

COMENTÁRIOS FINAIS

Este capítulo abordou o tema de modelagem constitutiva de solos não saturados, sendo apresentado um histórico de desenvolvimento matemático das proposições. Foi dada ênfase aos modelos elásticos e elastoplásticos, já que possuem aplicações numéricas de elementos finitos a casos reais. O modelo elástico apresentado numericamente neste capítulo utiliza duas técnicas para previsões de deformações por variação de sucção: (a) uma analogia térmica para simulação do comportamento de solos expansivos e (b) variação de rigidez para deformações de colapso. Isso é necessário, tendo em vista que essas deformações são irreversíveis, ou seja, são, na verdade, deformações plásticas, o que exigiria a utilização de modelagem elastoplástica. Para demonstrar a aplicabilidade do modelo elástico para solos não saturados, foi realizada a previsão do enchimento de uma pequena barragem de terra.

Essa barragem foi construída especificamente para estudar o comportamento do enchimento com a utilização de uma seção transversal zonada por diferentes valores de energia de compactação e umidade. O propósito deste estudo foi verificar a eficiência de um maciço com espaldares compactados no ramo seco da curva de compactação e o núcleo em torno do ponto ótimo. A simulação mostra que ocorrem deformações de colapso nos espaldares, não atingindo o núcleo da barragem, dessa forma, evitando a sua ruptura completa. O modelo elástico de Fredlund (1979), implementado no programa Unstruct

(Miranda, 1988; Silva Filho, 1998), é capaz de representar satisfatoriamente esse comportamento, conforme apresentado por Lôbo Neto (2013).

Também, neste capítulo, foi apresentada uma aplicação numérica a solos não saturados com modelagem elastoplástica. Foram mostradas previsões de ensaios de provas de carga com placa em solos não saturados, realizadas por Conciani (1997), em Campo Novo dos Parecis, em Mato Grosso. Nos ensaios de placa, Conciani (1997) adotou diferentes valores de carga de inundação e mediu valores crescentes de recalques com o aumento da carga.

As previsões dos ensaios foram realizadas pelo programa Crisp-unsat (Silva Filho, 1998) com a utilização do modelo Futai (1997), demonstrando que pode ser utilizado em análises de comportamento de solos não saturados submetidos à variação de sucção com a obtenção de bons resultados.

REFERÊNCIAS

- Aguilar, S. E. S., 1990, *Deformabilidade de Uma Argila Colapsível Não Saturada sob Compressão Isotrópica com Sucção Controlada*, Tese de Mestrado, PUC, Rio de Janeiro.
- Aitchison, G. D. & Donald, I. B., 1956, *Effective Stresses in Unsaturated Soils*. Proc. 2nd Aus-New Zela. S. M. Conf., Christchurch, 192-199.
- Aitchison, G. D., 1961, *Relationship of Moisture Sress and Effective Stress Function un Unsaturated Soils*. Poro Pressure and Suction in Soils, London. 47-52.
- Aitchison, G. D., 1973, *Structurally Unstable Soils*, State of the Art. Proc. 8th I. C. S. M. F. E., Moscú, General Report Section 4, vol. 3, 161-190.
- Aitchison, G. D., Peter, P., Martin, R., 1973, *Long Term Observation of Deformation on Strutures Founded in Expansive Clay in South Australia*. Proc. 3rd Int. Conf. Exp. Soils, Haifa, vol. 2, 109-113.
- Alonso, E. E. & Gens, A., 1993, *On the Mechanical Behavior of Arid Soils*, Engeneering Characteristics of Arid Soils, Barcelona, 177-206.
- Alonso, E. E., Gens, A. & Hight, D. W., 1987. *Special Problem soils*. Proc. 9th E.C.S.M. F.E. Dublin General Report, Section 5, 5.1-5.60.
- Alonso, E. E., 1993, *Constitutive Modelling of unsaturated Soils*. Unsaturated Soils, Re-cente Developments and Apllications, vol 2, Barcelona.
- Alonso, E. E., Gens, A. & Josa, A., 1990, *A constitutive Model for Partially Saturated Soils*. Géotechnique, vol. 40, N. 3, 405-430.
- Araki, M. S. & Carvalho, J. C., 1995, *Study Of A Collapsible Porous Soil Of Brazil*, 1st International Conference On Unsaturated Soils, Paris, 17-21

Balmaceda, A., 1991, *Suelos Compactados: Um estudio Teórico y Experimental*. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona.

Bishop, A. W., 1959, *The Principle of Effective Stress*, Tecknik Ukebland 106 (39), 859-863.

Bishop, A. W., 1961, *The Mesurement of Pore Pressure in the Triaxial Test*. Pore Pressure and Suction in Soils Conference, Butterworths.

Bishop, A. W., Alpan, I., Blight, G. E. & Donald, I. B., 1960, *Factores Controlling the Strength of Partly Saturated Cohesive Soils*, Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils, A.S.T.M., Colorado, 503-532.

Bishop, A. W., Blight, G. E., 1963, *Some Aspects of Effective Stress in Saturated and partly Saturad Soils*. Géotechnique, vol. 13, 177-198.

Bishop, A. W., Donald I. B., 1961, *The Experimental Study of Partly Saturated Soil in the Triaxial Aparatus*. Proc. 5th I.C.S.M.F.E., vol. 1, Paris, 13-22.

Brackley, I. J. A., 1971, *Partial Collapse in Unsaturated, Expansive Clay*, Proc. 5th Reg. Conf. for African on S. M. F. E., vol. 1, Luanda, 23 -30.

Carneiro, 1995, *Comportamento de estacas apiloadas em solo colapsível*, MSc, São Carlos

Coleman, J. D., 1962, *Stress-Strain Relations for Partly Saturated Soils*. Correspondence in Géotechnique, vol. 12 (4), 348-350.

Conciani, W., 1997, *Estudo do Colapso do Solo através de Ensaios de Placa Monitorados com Tensiômetros e Tomografia Computadorizada*. Tese de Doutorado, USP, São Carlos.

Croney, D., Coleman, J. D. & Black, W. P. M., 1958, *Studies of the Moviments and Distribution of Water in Soil in Relation to Highway Design and Performace*. Highway Research Board, Special Report 40, Washington D. C., 226-252.

Cui, Y. J., Delage, P., 1996, *Yielding and Behaviour of an Unsaturated Compacted Silt*. Géotechnique, vol 46, N. 2, 291-311.

Davies, G. I., 2000, *Análise e Modelagem do Comportamento Colapsível de um Solo Arenoso*, Tese de M.Sc., USP-São Carlos.

Donald, I. B., 1956, *Shear Strength Measurements in Unsaturated Non-cohesion Soils with Negative Pore Pressure*. Proc. 2nd S.M.F.E., Aus. New Zeal., 200-207.

Fredlund, D. G., 1979, *Appropriate Concepts and Technology for Unsaturated Soils*. Can. Geotech. Jnl. 16, 121-139.

Fredlund, D. G., Morgenstern, N. R. & Widger, R. S., 1978, *The Shear Strenght of Unsaturated Soils*. J. Geot. Div. A. S. C. E., vol. 103, GT5, 447-466.

Futai, M. M., 2001, *Estudo Teórico- Experimental do Comportamento de Solos Tropicais Não-Saturados: Aplicação a um Caso de Voçorocamento*, 2º Seminário de Qualificação, COPPE/ UFRJ, Rio de Janeiro.

Jennings, J. E. B. & Burland, J. B., 1962, *Limitation to the Use of Effective Stresses in Partly Saturated Soils*, Géotechnique, vol. 12, N. 84, SM5, 125-144.

Jennings, J. E. B., 1961, *A Revised Effective Stress Law for Use in the Prediction of the Behavior of Unsaturated Soils*. Poro Pressure and Suction in Soils, London. 26-30.

Jimenez Salas, J. A. & Serratos, J. M., 1953, *Compressibility of Clay*. Proc. 3th I. C. S. M. F. E., Zurich, vol. 1, 192-198.

Johnson, L. D., 1978, *Evaluation of Laboratory Suction Test for Prediction of Heave in Foudations Soils*. Technical Report S-77-7, U. S. Army Engineering Waterway Experiments Station, CE, Viksburg, Miss.

Josa, A., Balmaceda, A., Gens, A. & Alonso, E. E., 1992, *An Elastoplastic Model for Partially Saturated Soils Exhibiting a Maximum of Colapse*. Proc. 3th Int. Conf. Computational Plasticity, Barcelona, 815-826.

Jucá, J. F. T, 1993, *Comportamiento de los Suelos Parcialmente Saturados Baja Succión Controlada*. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Ingenieros de Caminhos, Canales y Puertos. Madrid.

Justo, J.L., Delgado, A. & Ruiz, J., 1984, *The influence of the Stress Path in the Collapse-Swelling of Soils at the Laboratory*. Proc. 5th Int. Conf. Expnsive Soils, Adelaide, 67-71.

Lambe, T. W., 1960, *A Mechanistic Picture of Shear Strenght in Clay*, Research Conf. Shear Strenght of Cohesive Soils, Colorado, 555-580.

Lambe, T. W., 1964, *Methods of Estimating Settlement*, J. Soil Mech. Fund. Div., ASCE, vol. 90, N. SM5, 43.

Lloret, A., Alonso, E. E., 1985, *State Surface for Partially Satureted Soils*, proc. 11th I. C. S. M. F. E., San Francisco, vol. 2, 557-562.

Lôbo Neto, J.B. (2013). Um estudo experimental e numérico de solos compactados colapsíveis: aplicação em uma pequena barragem de terra. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. 168p

Lytton, R. L., 1977, *The Characterization of Expansive Soils in Engineering*. Symposium on Water movement and Equilibrium in Swelling Soils. American Geophysical Union, San Francisco.

Machado S.L. & Vilar, O.M., 1998, “Resistência ao Cisalhamento de Solos Não-saturados: Ensaio de Laboratório e Determinação Expedita”, In: *Solos e Rocha*, vol. 21(2), pp. 65-78, São Paulo.

Machado, S. L. & Vilar, O. M., 1997, *Modelagem das Deformações Induzidas por Variações de Sucção em um Solo Compactado*. Anais da 3º Simpósio Brasileiro de Solos Não Saturados, Rio de Janeiro, 301-310.

Matyas, E. L. & Radhakrishna, H. S., 1968, *Volume Change Characteristics of partially Saturated Soils*. Géotechnique, vol. 18, N. 4, 432-448.

Miranda, A.N. (1988) Behavior of small dams during initial filling. PhD. Colorado State University, Fort Collins 229p

Nesnas, K., 1995, *A Finite Element Implementation of a Critical State Model for Unsaturated Soils to Simulate Drained Conditions*. PhD. Thesis Sheffield University.

Peixoto, R.J., 1999, *Aplicação de Modelos Constitutivos na Avaliação do Comportamento Mecânico da Argila Porosa Colapsível do Distrito Federal*. Dissertação MSc., UNB, Brasília.

Perazzo, G. M. & Lins, A. H. P., 1997, *Aplicação de um Modelo Elastoplástico na Análise do Comportamento Tensão-Deformação de um Solo Não Saturado Compactado*. Anais de 3º Simpósio Brasileiro de Solos Não Saturados, Rio de Janeiro, 261-270.

Richards, B. G., 1966, *The Significance of Moisture Flow and Equilibria in Unsaturated Soils in Relation to the Design of Engineering Structure Built on Shallow Foundations in Australia*. Symp. on Perm. and Capill., A. S. T. M., Atlantic City.

Silva Filho, F. C., 1998, *Análise Numérica de Problemas em Solos Não-Saturados: Modelagem, Implementação e Aplicações Práticas*, Tese de D.Sc., COPPE/ UFRJ, Rio de Janeiro.

Toll, D. G., 1990, *A Framework for Unsaturated Soil Behavior*. Géotechnique, vol 40, N. 1, 31-44.

Vicol, T., 1990, *Comportement Hydraulique et Mécanique d'un Sol fin Non Saturé*. Application a la Modélisation. PhD Thesis, CERMES, Ecole Polytechnique, Escola Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.

Wheeler, S. J. & Sivakumar, V., 1995, *An elasto-plastic Critical State Framework for Unsaturated Soil*. Géotechnique, vol. 45, N. 1, 35-53.

Wheeler, S. J., 1996, *Inclusion of Specific Water Volume Within an Elasto-plastic Model for Unsaturated Soil*. Can. Geotech. J., vol 33, 42-57.